

## 국부 감육 효과가 고려된 90° Back-to-Back 배관의 선형매칭기법을 활용한 소성붕괴한계 분석

최영재\* · 김 운\* · 이경률\* · 위다빈\* · 김백진\* · 조락균\*\*

\* 서울과학기술대학교 MSDE학과 구조 비선형 거동 평가 연구실

### Limit Load Analysis of 90° Back-to-Back Pipe Bends with Local Wall Thinning Using the Linear Matching Method

Youngjae Choi\*, Un Kim\*, Gyeongyul Lee\*, Dabin Wii\*, Baekjin Kim\* and Nak-Kyun Cho\*\*†

\* Non-linear Structural Behaviour Assessment Lab (NoBA Lab),

Dept. of Manufacturing Systems and Design Engineering, Seoul Nat'l Univ. of Science and Technology

(Received July 18, 2022 ; Revised August 16, 2022 ; Accepted August 31, 2022)

**Key Words:** Pipe Bend(곡관), Structural Integrity Evaluation(구조 건전성 평가), Plastic Collapse Limit(소성 붕괴 한계), Local Wall-Thinning(국부 감육), Linear Matching Method(선형매칭기법)

**초록:** 각종 플랜트 설비에서 활용되고 있는 곡관(pipe bend)은 수송 유체에 의한 침식 및 부식에 의해 배관의 두께가 감소하는 국부 감육(local wall thinning)이 발생된다. 이는 배관의 구조적 건전성을 악화시키는 주된 원인이다. 현재까지 단일 곡관에 대한 연구는 활발히 진행되었으나, 두 개의 90° 곡관이 이어진 back-to-back 배관에 대한 연구는 소수의 사례만 보고되었다. 본 연구는 유한요소 해석을 이용하여 내압과 굽힘 모멘트가 작용할 때 감육이 발생한 90° back-to-back 배관의 구조적 신뢰성을 평가하였다. 배관의 감육 위치와 감육률에 따른 한계하중범위를 선형매칭기법(linear matching method)을 사용하여 규명하였다. 본 연구의 결과로 감육이 진행중인 배관의 구조건전성을 확보할 수 있으며, 설계 및 평가 측면에서도 유용한 정보를 제공해준다.

**Abstract:** The local wall thinning of pipe bends is frequently reported during a periodic maintenance and inspection owing to erosion or corrosion caused by fluids running inside the pipeline, and this deteriorates the structural integrity of the pipeline. To evaluate the pipe bend integrity against wall thinning, many studies have been conducted on a single pipe bend case but only a few on the 90° back-to-back pipe bends. This study evaluated the structural integrity of the 90° back-to-back pipe bend that undergoes local wall thinning by presenting the limit load boundaries using the Linear Matching Method. The limit load boundaries were created for interactions of two loads, that is, internal pressures and bending moments, and demonstrated the effect of the thinning ratio on the pipe bend integrity. The study results can provide useful insight into the design and structural integrity of the 90° back-to-back pipe bend with local wall thinning.

- 기호설명 -

$\sigma$  : 응력  
 $\varepsilon$  : 변형률  
 $\sigma_y$  : 재료의 항복강도  
IP : 면내 굽힘 방향(in-plane)  
OP : 면외 굽힘 방향(out-of-line)

$D_m$  : 배관의 평균 지름  
 $R$  : 곡관부의 곡률 반지름  
 $t$  : 배관의 두께  
 $L$  : 곡관과 이어진 직관의 길이  
 $E$  : 재료의 탄성계수  
 $\nu$  : 재료의 포아송비  
 $P_L$  : 직관의 한계 내압  
 $M_L$  : 직관의 한계 굽힘 모멘트  
 $P_A$  : 축 방향 인장 하중

† Corresponding Author, nkcho@seoultech.ac.kr  
© 2022 The Korean Society of Mechanical Engineers

1. 서 론

배관 네트워크(pipe network)에서 곡관(pipe bend)은 유체의 수송 방향을 조절할 뿐만 아니라 유연성을 제공해주는 핵심 요소로서 각종 플랜트 설비에서 활용되고 있다. 그러나 곡관 자체의 기하학적 불연속성으로 인해 직관(straight pipe)에 비해 구조 건전성(structural integrity) 측면에서 취약하다. 또한, 배관의 장시간 운전 시 수송 유체에 의해 배관의 표면 금속이 점진적으로 마모(wear)되어 발생하는 침식(erosion) 현상과 화학 반응으로 인한 금속 열화(metal deterioration)에 의해 발생하는 부식(corrosion) 현상으로 인해 배관의 두께가 점차 감소하는 국부 감육(local wall thinning)이 발생한다. 이러한 국부 감육 현상은 배관의 건전성을 악화시키므로 이를 고려한 구조 건전성 평가는 필수적이다.

현재까지 굽힘각이 90° 내지는 다양한 굽힘각에 대한 단일 곡관의 연구는 활발히 이루어졌으나, 두 개의 90° 곡관이 이어진 back-to-back 배관에 대한 연구는 다음과 같이 소수의 사례만 보고되었다. Abdalla는 90° back-to-back 배관에 일정한 내압과 반복적인 굽힘 모멘트가 작용할 때 셰이크다운 범위(shakedown boundary)를 SD-DNT 기법을 적용한 유한요소 해석을 활용하여 규명하였다.<sup>(1,2)</sup> 이후 Abdalla는 90° back-to-back 배관에 국부 감육 효과를 고려하여 동일한 연구를 수행하였다.<sup>(3)</sup> Cho와 Chen은 90° back-to-back 배관에 대해 셰이크다운 범위를 포함하여 라쳇 한계(ratchet limit)와 소성붕괴한계(plastic collapse limit) 범위를 선형매칭기법(linear matching method)을 활용하여 도출하였다.<sup>(4,5)</sup> Vinothkumar 등은 90° back-to-back 배관에서 ovality와 thinning을 고려한 구조 건전성을 TES(twice elastic slope method)를 활용하여 연구하였다.<sup>(6)</sup>

본 연구에서는 국부 감육이 진행중인 90° back-to-back 배관의 소성붕괴한계를 선형매칭기법을 이용해 동일 배관의 반복 소성 거동(cyclic plasticity behaviour)을 파악하기 전 선행 연구로서 규명하고자 한다.

본문 2장에서는 선형매칭기법에 대한 설명을 포함한 본 연구에서 활용된 수치해석 절차와 관련된 내용이 소개되고, 3장에서는 해석에 사용된 유한요소 모델과 적용된 하중조건이 기술된다. 4장에서는 선형 탄성 해석 결과를 비롯하여 본 연구를 통해 도출된 소성붕괴한계가 제시되며, 5장에서는 본 연구의 결론에 대해 기술된다.

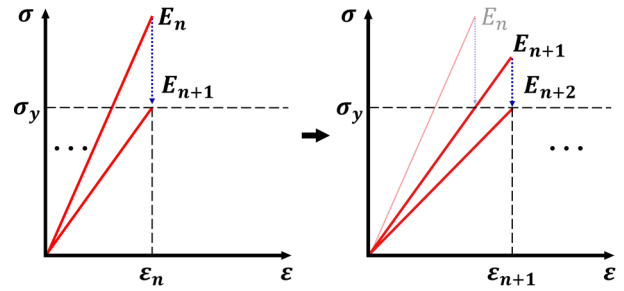


Fig. 1 Iterative process of linear matching method

2. 수치해석 절차

2.1 선형매칭기법

선형매칭기법(linear matching method)은 iterative elastic technique을 통해 접근하는 대표적인 direct method로서 Ponter와 Engelhardt<sup>(7)</sup>에 의해 개발되었다. 이는 단조 하중 하에서의 소성붕괴한계(plastic collapse limit)를 포함하여 반복 하중 하에서 탄성, 소성 셰이크다운(elastic, plastic shakedown)<sup>(8,9)</sup> 및 라쳇팅(ratcheting)<sup>(10,11)</sup>과 같은 구조물의 반복 소성 거동 응답을 정확하고 효율적으로 예측하고, 현재 크리프-피로(creep-fatigue)를 고려한 반복 소성 거동을 평가하는 방법<sup>(12,13)</sup>까지 개발되었다.

선형매칭기법의 기본적인 원리는 Fig. 1과 같이 재료의 강성을 반복적으로 바꾸는 과정을 통해 구조물의 전체 응력 수준을 재분배하여 특정 수준에 도달할 때까지 반복 계산을 수행하는 것이고, 이러한 과정은 상용 해석 소프트웨어인 ABAQUS의 UMAT subroutine을 통해 생성된다.

2.2 소성붕괴한계 도출

본 연구에서는 상한 소성붕괴한계(upper bound to the plastic collapse limit)를 이용하여 감육 현상이 고려된 90° back-to-back 배관의 허용 하중 곡선이 도출된다.<sup>(14)</sup> 상한 소성붕괴한계 분석을 위해 구조물의 재료는 등방성(isotropic)이고, 경화 모델은 탄성-완전소성(EPP: elastic-perfectly plastic) 모델을 그리고 von Mises 항복 조건을 만족한다고 가정한다.

이해를 위해 부피  $V$ 와 표면  $S$ 로 이루어진 특정 구조물을 고려한다.  $S$ 의 일부  $S_u$ 에서의 변위는 구속되고, 나머지 부분  $S_T$ 에서는 하중  $Pp_i(x_i)$ 가 작용하며 여기서  $P$ 는 양의 스칼라 하중 매개변수(positive scalar loading parameter)이다. 이때, 호환 가능한 변형률 속도(compatible strain rate)  $\dot{\epsilon}_{ij}^c$ 의 임의 분포에 대해 대응하는 변위 속도(displacement rate)  $\dot{u}_i^c$ 가  $S_u$ 에서의 경계 조건을 만족하는 경우 상한 한계 하중 승수(upper bound load multiplier)  $P_{UB}^c$ 가

식 (1)에 의해 도출된다.

$$P_{UB}^c \int_{S_T} p_i \dot{u}_i^c dS = \int_V \sigma_{ij}^{pc} \dot{\epsilon}_{ij}^c dV \quad (1)$$

식 (1)에서  $\sigma_{ij}^{pc}$  는  $\dot{\epsilon}_{ij}^c$  에 대한 항복 상태에서의 응력 값이다.

### 3. 유한요소 모델

본 연구에서 사용된 90° back-to-back 배관은 굽힘각이 90°인 두 개의 곡관(pipe bend)과 두 개의 직관(straight pipe)이 이어진 형태이다.

배관의 규격은 NPS 10 in. SCH 40 STD를 참조하였으며,<sup>(4)</sup> 형상과 치수는 각각 Fig. 2와 Table 1에 나타나 있다. 배관 모델에 사용된 재료는 304 stain-

less steel의 상온 물성이 적용되었고 Table 2와 같다. 본 연구에서 사용한 선형매칭기법은 탄성-완전소성 모델로 표현되는 재료 비선형성을 고려하며, small deformation 이론을 기반으로 개발되었다. 기하 비선형을 고려하는 경우 고려하지 않는 경우에 대비하여 한계 하중이 다소 증가하는 경향을 보이지만, 본 연구에서는 보수적인 결과를 제공하기 위해 기하 비선형을 고려하지 않았다. 국부 감육 효과는 배관의 굽힘부 내측(intrados), 외측(extrados) 그리고 측면(crown) 감육이 적용되었다. 감육률(thinning rate)은 기존 두께 대비 감육 현상이 일어난 두께에 대한 비율로 설정되었고 20%, 40% 그리고 60%로 가정되었다. 감육 위치와 감육률과 관련된 개략도는 Fig. 3과 같다.

작용하는 하중의 경우 내압(internal pressure)과 굽힘 모멘트(bending moment)가 적용되었으며 본 연구에서는 하중이 모두 동시에 작용하였다고 가정하였다. 모델 하단의 자유도는 반지름 방향을 제외하고 구속되어 있으며 또한, 배관 끝단이 닫혀 있는 상태를 모사하기 위해 배관 상단에 축 방향 인장하중을 적용하였다. 굽힘 모멘트 하중의 방향은 시계, 반시계 면내(opening, closing IP: in-plane)

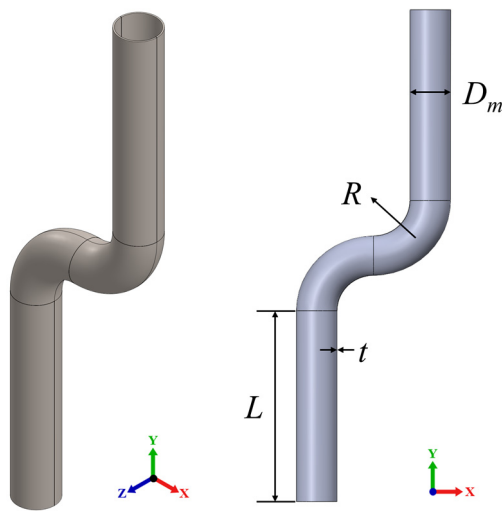


Fig. 2 Geometry of the 90° back-to-back pipeline

Table 1 Dimensions from the Fig. 2 [mm]

$D_m$	$R$	$t$	$L = 5 D_m$
263.78	381	9.27	1,318.9

Table 2 Material properties of the 304 stainless steel

$E$ [GPa]	$\nu$	$\sigma_y$ [MPa]
193.74	0.2642	271.93

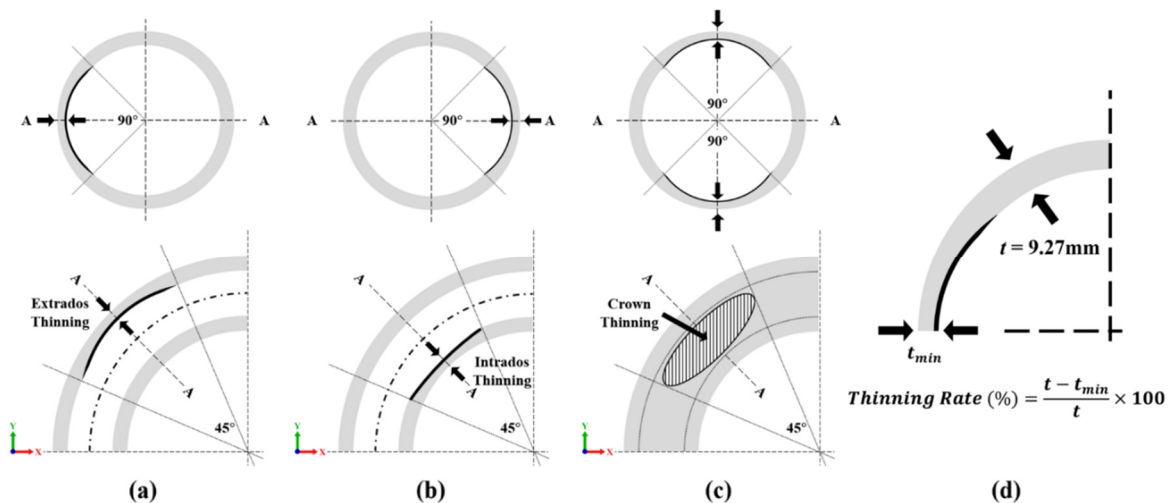


Fig. 3 Location of local wall thinning: (a) extrados; (b) intrados; (c) crown; (d) schematic of thinning rate

Table 3 Load values

$P_L$ [MPa]	$M_L$ [Nmm]	$P_A$ [MPa]
22.07	1.75E+8	157.00

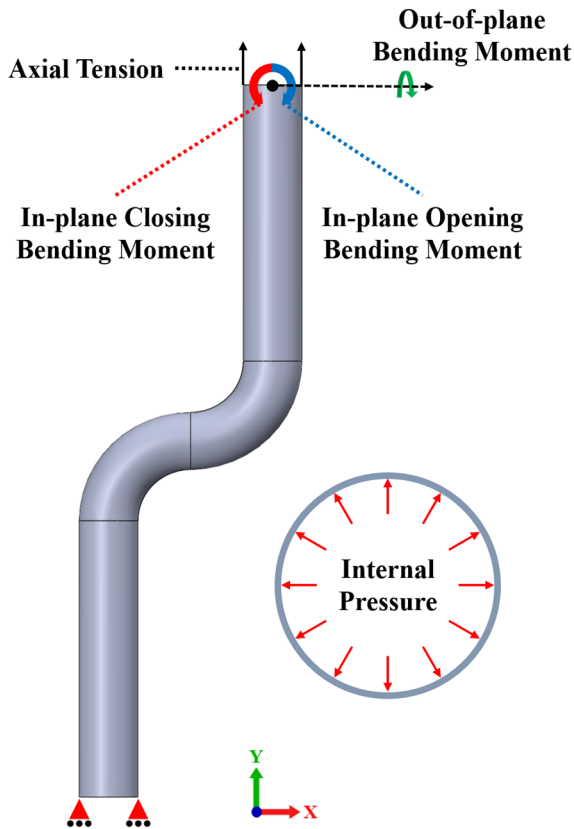


Fig. 4 Loading conditions

방향과 면외(OP: out-of-plane) 방향이 적용되었고 Fig. 4에 적용된 하중이 나타나 있다. 하중의 크기는 NPS 10 in. SCH 40 STD 규격을 가지는 직관의 한계 하중이 적용되었고 식 (2)와 (3)으로부터 도출되었다. 축 방향 인장하중은 식 (4)로부터 계산되었고 도출된 모든 하중 값은 Table 3과 같다.

$$P_L = \frac{2}{\sqrt{3}}(2\sigma_y t / D_m) \tag{2}$$

$$M_L = \sigma_y D_m^2 t \tag{3}$$

$$P_A = P_L D_m / 4t \tag{4}$$

해석에 사용된 90° back-to-back 배관의 유한요소 모델(finite element model)은 Fig. 5와 같다. 요소가 굽힘 모멘트 하중에 노출되었을 때 발생 가능한 전단 잠금 현상(shear locking)을 방지하기 위해 이차 축소 적분형 육면체 요소(C3D20R)가 사용되었고 메쉬 민감도 평가(mesh sensitivity study)를 통해

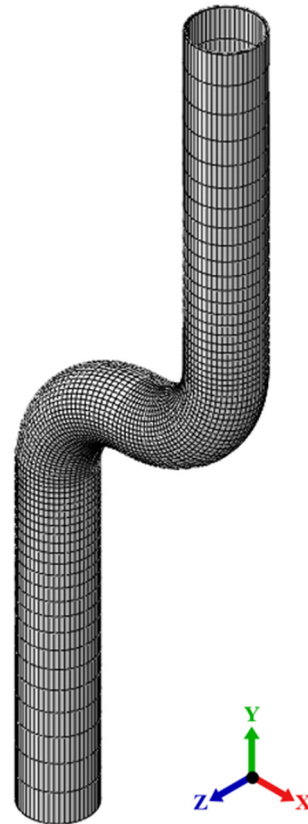


Fig. 5 Finite element model for the analysis

원주 방향으로 최소 52개의 요소가 신뢰할 수 있음을 확인하였다. 두께 방향으로는 3개의 요소를 사용하였고 총 15,900개의 요소가 생성되었다.

## 4. 해석 결과

### 4.1 선형 탄성 해석 결과

Fig. 6은 국부 감육이 적용되지 않은 90° back-to-back 배관에 대한 선형 탄성 해석 결과이다. OP 굽힘 모멘트의 경우 배관 굽힘부 측면과 내측면 사이에서 최대 등가 응력을 야기한다. 반면, 다른 하중들은 모두 배관 굽힘부 측면에서 최대 등가 응력을 야기한다. 그러나 IP 굽힘 모멘트가 가장 큰 등가 응력을 발생시키고 opening과 closing 방향은 배관의 변형 형상에만 영향을 끼칠 뿐 등가 응력 분포는 동일한 것을 확인할 수 있다.

### 4.2 소성붕괴한계

Fig. 7은 내측(intrados) 국부 감육이 발생하였을 때 감육률에 따른 90° back-to-back 배관의 소성붕괴한계 범위이다. 여기서 sound pipe는 감육이 진행되지 않은 90° back-to-back 배관을 의미한다. 그 래프의 축 상에 있는 한계 하중 값을 비교해 보았

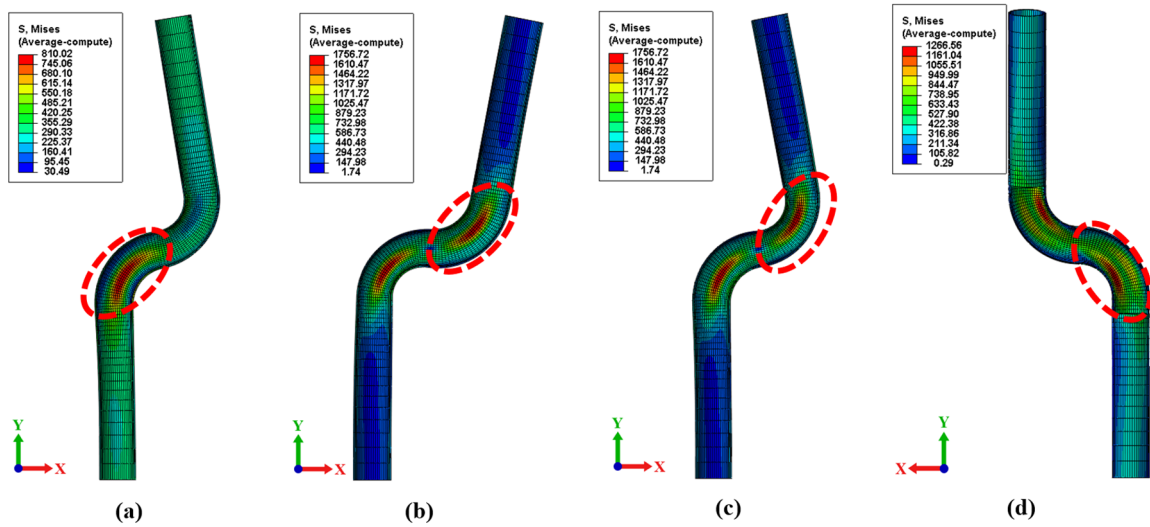


Fig. 6 Linear elastic solution of the sound 90° back-to-back pipeline under (a) internal pressure; (b) in-plane opening bending; (c) in-plane closing bending; (d) out-of-plane bending

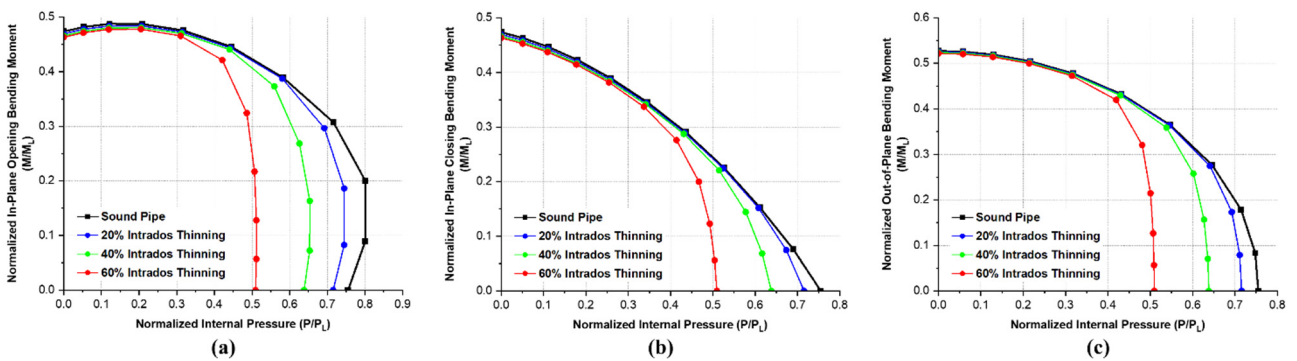


Fig. 7 Plastic collapse limit boundaries of the 90° back-to-back pipeline with intrados thinning under internal pressure: (a) IP opening bending moment; (b) IP closing bending moment; (c) OP bending moment

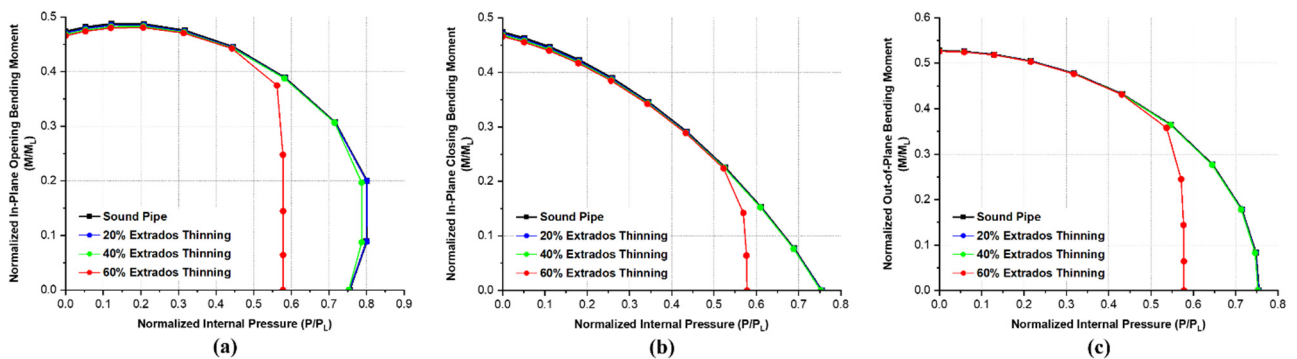
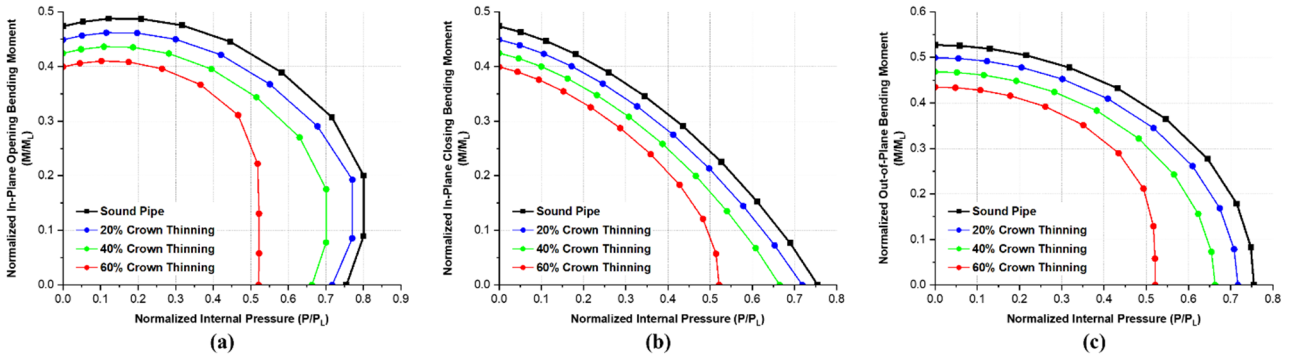


Fig. 8 Plastic collapse limit boundaries of the 90° back-to-back pipeline with extrados thinning under internal pressure: (a) IP opening bending moment; (b) IP closing bending moment; (c) OP bending moment

을 때, 한계 굽힘 모멘트(y축)의 경우 감육률에 상관없이 비슷한 것을 확인할 수 있고, 이는 내측 감육이 굽힘 모멘트에 대한 건전성에 거의 영향을 끼치지 않는다는 것을 의미한다. 반면에 한계 내압(x축)의 경우 감육률이 20%, 40% 그리고 60%일

때 각각 직관 대비 72%, 64% 그리고 51%로 줄어든다. 그래프의 개형을 확인해 보면 opening IP 굽힘 모멘트와 내압이 작용하였을 때(Fig. 7(a)), 작용하는 하중이 증가하였음에도 불구하고 허용 하중이 증가하는 것을 볼 수 있다. 이는 배관의 내압



**Fig. 9** Plastic collapse limit boundaries of the 90° back-to-back pipeline with crown thinning under internal pressure: (a) IP opening bending moment; (b) IP closing bending moment; (c) OP bending moment

에 비례하여 적용하는 축 방향 인장하중에 의해 opening IP 방향의 굽힘 하중이 상쇄되기 때문이다.

Fig. 8은 외측(extrados) 국부 감육이 발생하였을 때의 소성붕괴한계 범위이다. 감육률에 따른 한계 내압(x축) 확인 시, 감육률이 40%에 도달할 때까지는 한계 내압이 감육이 발생하지 않은 90° back-to-back 배관과 동일하다. 이는 특정 감육률(40%)에 도달할 때까지 외측 감육은 구조 건전성에 영향을 끼치지 않는 것을 의미한다.

Fig. 9는 측면부(crown) 국부 감육이 발생하였을 때의 소성붕괴한계 범위이다. 내측과 외측 감육이 발생하였을 때와는 다르게 한계 굽힘 모멘트(y축)과 한계 내압(x축) 모두 감육률에 비례하여 감소하는 것을 확인할 수 있다. 따라서 90° back-to-back 배관이 굽힘 모멘트 하중에 노출되는 경우, 내측 감육과 외측 감육보다는 측면부 감육 현상이 구조 건전성을 저하시키는 것을 확인할 수 있다. 한계 IP 굽힘 모멘트의 경우 감육률이 20%, 40% 그리고 60%일 때 각각 직관 대비 45%, 42% 그리고 40%로 줄어든다. 한계 OP 굽힘 모멘트의 경우 직관 대비 각각 50%, 47% 그리고 43%로 감소한다.

유한요소 해석을 통해 구조물의 한계 하중을 구하는 가장 일반적인 방법은 탄-소성 해석(elastic-plastic analysis)을 수행하는 것이다. 하지만, 탄-소성 해석의 경우 한계 하중을 직관적으로 판단하기 힘들고 본 연구에서 도출한 허용 하중 범위를 도출하기 위해서는 많은 계산과정(computational cost)이 필요하여 효율적이지 못하다. 이에 반해 선형매칭기법의 경우, 매우 적은 계산과정을 통해 효율적으로 한계 하중을 판단할 수 있고 이러한 장점을 바탕으로 Fig. 7~9와 같은 소성붕괴한계 범위를 기존 방법과 대비하여 구조물의 크기와 하중의 종류, 개수와 상관없이 빠르고 정확하게 도출할 수 있다.

### 5. 결론

본 연구는 선형매칭기법을 활용하여 국부 감육 효과가 고려된 90° back-to-back 배관의 소성붕괴한계를 도출하였다. 적용된 하중은 굽힘 모멘트와 내압이고 국부 감육 효과는 내측(intrados), 외측(extrados) 그리고 측면부(crown)가 고려되었다. 소성붕괴한계는 굽힘 모멘트와 내압을 축으로 하는 허용하중범위로서 표현되었고 국부 감육이 진행되지 않은 배관을 포함하여 감육의 위치와 감육률에 따라 도출되었다. 생성된 소성붕괴한계 범위는 무결함 배관뿐만 아니라 감육이 진행 중인 배관에 대해서도 설계 및 구조 건전성 평가 측면에서 통찰을 제공해준다. 본 연구에서 주목할 만한 결과는 다음과 같다.

- (1) 내측(intrados)과 외측(extrados) 감육은 한계 내압에만 영향을 끼칠 뿐 굽힘 모멘트에 대한 건전성에는 거의 영향을 끼치지 않는다.
- (2) 측면부(crown) 감육의 경우 모든 하중에 대한 구조 건전성을 저하시킨다. 따라서 90° back-to-back 배관에 굽힘 모멘트 하중이 작용하는 경우 세 가지 감육 모델 중 측면부 감육에 대해 더욱 상세한 건전성 평가를 수행해야 한다.
- (3) 외측 감육의 경우 40%의 감육률에 도달할 때까지, 한계 내압은 감육이 발생하지 않은 구조물의 한계 내압과 거의 동일하다. 따라서 외측 감육은 특정 감육률에 도달할 때까지 90° back-to-back 배관의 구조 건전성에 영향을 끼치지 않는다.
- (4) 모든 감육 모델에서 opening IP 굽힘 모멘트와 내압이 작용하였을 때(Fig. 7(a), 8(a), 9(a)), 배관의 내압에 비례하여 작용하는 축 방향 인장 하중과 굽힘 모멘트 하중이 상쇄되어 허용 하중의 범위가 증가한다.

## 후 기

본 논문은 대한기계학회 재료 및 파괴부문 2022년 춘계학술대회에서 발표된 연구내용을 바탕으로 작성되었습니다. 또한, linear matching method framework를 본 연구에 활용할 수 있도록 허락해주신 영국 Strathclyde 대학교 기계공학과 Haofeng Chen 교수님께 깊은 감사를 드립니다.

## 참고문헌 (References)

- (1) Abdalla, H. F., 2014, "Shakedown Boundary Determination of a 90° Back-to-Back Pipe Bend Subjected to Steady Internal Pressures and Cyclic In-Plane Bending Moments," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 116, pp. 1~9.
- (2) Abdalla, H. F., 2014, "Shakedown Boundary of a 90-Degree Back-to-Back Pipe Bend Subjected to Steady Internal Pressures and Cyclic Out-of-Plane Bending Moments," *ASME 2014 Pressure Vessels and Piping Conference*, Anaheim.
- (3) Abdalla, H. F., 2019, "Effect of Wall Thinning on the Shakedown Interaction Diagrams of 90-Degree Back-to-Back Bends Subjected to Simultaneous Steady Internal Pressures and Cyclic in Plane Bending Moments," *Thin-Walled Structures*, Vol. 144, Article 106228.
- (4) Cho, N. K. and Chen, H., 2018, "Cyclic Plasticity Behavior of 90 Back-to-back Pipe Bends under Cyclic Bending and Steady Pressure," *2018 26th International Conference on Nuclear Engineering*, London.
- (5) Cho, N. K. and Chen, H., 2018, "Shakedown, Ratchet, and Limit Analyses of 90 Back-to-Back Pipe Bends under Cyclic In-plane Opening Bending and Steady Internal Pressure," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 67, pp. 231~242.
- (6) Vinothkumar, A., Veerappan, A. R. and Shunmugam, S., 2022, "Investigation on Structural Integrity of Shape Distorted 90° Back-to-Back Pipe Bends under In-plane Closing Bending Moment," *Multidiscipline Modeling in Materials and Structures*, Vol. 18, No. 2, pp. 291~307.
- (7) Ponter, A. R. and Engelhardt, M., 2000, "Shakedown Limits for a General Yield Condition: Implementation and Application for a von Mises Yield Condition," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 19, No. 3, pp. 423~445.
- (8) Chen, H. and Ponter, A. R., 2001, "Shakedown and Limit Analyses for 3-D Structures Using the Linear Matching Method," *International Journal of Pressure Vessels and Piping*, Vol. 78, No. 6, pp. 443~451.
- (9) Chen, H., 2010, "Lower and Upper Bound Shakedown Analysis of Structures with Temperature-Dependent Yield Stress," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 132, No. 1, Article 011202.
- (10) Chen, H. and Ponter, A. R., 2010, "A Direct Method on the Evaluation of Ratchet Limit," *Journal of Pressure Vessel Technology*, Vol. 132, No. 4, Article 041202.
- (11) Chen, H., Ure, J. and Tipping, D., 2013, "Calculation of a Lower Bound Ratchet Limit Part 1 - Theory, Numerical Implementation and Verification," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 37, pp. 361~368.
- (12) Chen, H. and Ponter, A. R., 2006, "Linear Matching Method on the Evaluation of Plastic and Creep Behaviours for Bodies Subjected to Cyclic Thermal and Mechanical Loading," *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, Vol. 68, No. 1, pp. 13~32.
- (13) Cho, N. K., Wang, R., Ma, Z., Chen, H. and Xuan, F., 2019, "Creep-Fatigue Endurance of a Superheater Tube Plate under Non-Isothermal Loading and Multi-Dwell Condition," *International Journal of Mechanical Sciences*, Vol. 161-162, Article 105048.
- (14) Ponter, A. R., Fuschi, P. and Engelhardt, M., 2000, "Limit Analysis for a General Class of Yield Conditions," *European Journal of Mechanics-A/Solids*, Vol. 19, No. 3, pp. 401~421.