

볼봇 LQR 제어시스템 개발

Development of Ballbot LQR Control System

정 과 철¹, 박 준 태¹, 이 수 영^{*1}
(Gwa-Cheol Jeong¹, Jun-Tae Park¹, and Soo-Yeong Yi^{1*})

¹Department of Electrical and Information Engineering, Seoul National University of Science and Technology

Abstract: A ballbot has free mobility to move in all directions. It is a typical example of a dynamic system with an unstable equilibrium point, and thus it is important to design a reliable control system for it. In this study, a ballbot model is decoupled into a 2D model and analyzed using the Euler-Lagrange dynamic equations. The relationship between the wheels of the 2D model and the omni-wheels of an actual system is presented. The nonlinear dynamic system of the ballbot is linearized using the Taylor series expansion, and an LQR control with integral action is proposed. In this study, an integral controller is added to the LQR control to solve the problem due to the uncertainties in the dynamics model and to improve the stability of the ballbot control system. Experimental results are presented to validate the proposed controller.

Keywords: ballbot, decoupled model, Euler-Lagrange dynamic equation, LQR control

I. 서론

공과 같은 구형 물체를 구동 바퀴로 하여 이동하는 로봇을 볼봇이라고 한다[1]. 볼봇은 공간 점유율이 낮고 전방향 이동이 가능하며 제자리 회전이 가능한 장점이 있다[2,3]. 그러므로 볼봇은 인간과 상호작용을 함에 있어 정적으로 안정인 로봇에 비해 유리하다.

기본적으로 볼봇은 공 위에 놓인 역진자 시스템과 같으며 [4], 동적으로 불안정한 시스템이므로 자체적으로 균형을 유지하기 위한 적절한 모델링과 그에 따른 신뢰할 수 있는 제어기가 필요하다[5]. 모델링에 있어서 수월한 해석을 위해 본래 3D인 모델을 2D로 분리하여 평면 모델을 사용하거나[6] 일반적으로 제거시키는 마찰과 관련된 모델을 포함시키기도 하며[7], 3D인 모델을 그대로 해석하여 사용하기도 한다[8]. 이외에도 다양한 모델링 방식이 있다[9]. 이러한 모델에 대한 제어기의 설계로는 균형유지 및 이동에 대해서 비선형 모델의 선형화를 통해 선형 제어기인 LQR 제어기[10] 또는 LQG 제어기[11], 비선형 모델에 대한 비선형 제어기[8]가 연구되었다.

한편 볼봇이 구형 물체 위에 있을 경우 불안정하기 때문에 로봇을 구형 물체 위가 아닌 내부에 위치시켜 상대적으로 안정적인 볼봇을 연구하기도 하는데, 이러한 경우 전방향 이동성을 가지지만 부피가 불필요하게 커질 수 있는 단점이 있다 [12]. 본 논문에서는 그림 1과 같이 구형 물체 위에서 동작하는 볼봇을 다룬다.

본 논문에서는 2장에서 볼봇의 구조를 설명하고, 균형유지 제어기 설계를 위해 [5,6]에서와 같이 볼봇의 모델을 수직 평면에 대해 사영시켜 2D 모델을 구한다. 그리고 2D 사영 모

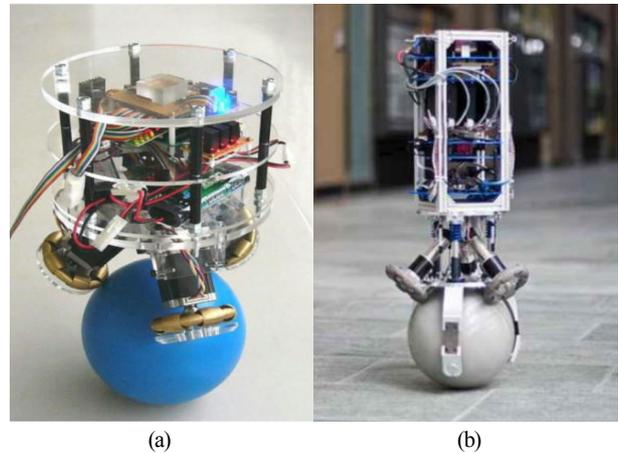


그림 1. 볼봇.

Fig. 1. Ballbots. (a) Tohoku Univ. [13], (b) Swiss Federal Institute of Technology [14]

델에 대한 동역학식을 구하기 위해 시스템 에너지에 관한 오일러-라그랑주 방법을 이용한다. 또한 2D로 분리된 모델을 실제 3D 모델에 적용하기 위한 관계식을 구한다. 3장에서는 2장의 시스템 해석을 통해 얻은 비선형 식을 테일러 급수전개를 이용하여 선형화하고, 이에 대해 LQR제어기를 설계하며, 제어 안정성을 향상시키기 위한 적분 제어기에 대해 설명한다. 4장에서는 개발한 볼봇에 대해 제안한 제어기를 적용하여 동적 안정성을 실험을 통해 확인한다. 이를 통해 모델링과 제어기를 검증하고, 5장에서 결론을 맺는다.

* Corresponding Author

Manuscript received January 2, 2020; revised January 13, 2020; accepted January 23, 2020

정과철: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 대학원생(00006636@seoultech.ac.kr, ORCID[®] 0000-0002-2340-699X)

박준태: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 대학원생(juntaepark@seoultech.ac.kr, ORCID[®] 0000-0003-2817-0004)

이수영: 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수(suylee@seoultech.ac.kr, ORCID[®] 0000-0001-8110-1468)

※ 본 논문은 2019 제로로봇시스템학회 전북제주시부 학술대회에서 초안[17]이 발표되었음.

※ 본 연구는 서울과학기술대학교 교내 연구비의 지원으로 수행되었습니다.

II. 시스템 모델

1. 볼봇 시스템 구조

그림 2는 본 논문에서 개발한 볼봇의 CAD 모델이다.

본 논문에서 개발한 볼봇은 3개의 옴니휠을 사용하며 이 옴니휠은 120° 의 각을 이룬다. 볼봇의 몸체는 알루미늄 판 3개와 아크릴판 2개로 이루어져 있으며 각각의 판에는 모터 및 모터 브라켓, 마이크로프로세서 STM32F4, 모터 드라이버, 배터리, 그리고 IMU센서가 장착되어 있다.

2. 2D 평면 모델

해석의 용이성을 위해 실제 볼봇 시스템 모델을 각각 X-Z 평면과 Y-Z 평면으로 사영하고 분리하여 2D 해석을 진행한다. 이 때, 다음과 같이 가정한다.

가정 1: 바퀴와 공 사이, 공과 지면 사이 미끄러짐은 없다.

가정 2: 몸체와 바퀴, 공의 변형은 발생하지 않는다.

가정 3: 공과 지면 사이, 바퀴와 공 사이 등에 마찰이 없다.

가정 4: 공은 수평면에서만 움직인다.

가정 5: 몸체의 질량은 균일한 밀도를 가진다.

그림 3은 X-Z 평면에서의 볼봇 2D 모델이다[5]. 가정에 의해 X-Y 평면에서 토크는 발생하지 않으므로 X-Y 평면에 대한 해석은 생략한다. X-Z 평면의 모델과 Y-Z 평면의 모델은 같은 구조이므로 본 논문에서는 X-Z 평면 모델을 기준으로 해석을 진행한다. 그림 3의 변수들은 표 1과 같다.

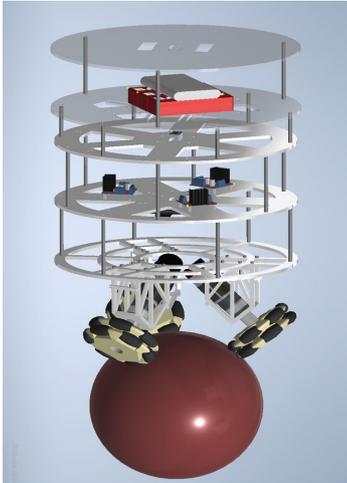


그림 2. 볼봇의 CAD 모델.

Fig. 2. The CAD model of a ballbot.

표 1. X-Z 평면 모델의 변수들.

Table 1. Parameters of the X-Z plane model.

변수	설명
M	몸체의 무게 중심점
L	공의 중심과 몸체의 무게 중심 사이의 거리
r_b	공의 반지름
r_w	바퀴의 반지름
θ	몸체의 무게 중심점 M의 기울어진 각도
ϕ	공의 회전 각도
ψ	바퀴의 회전 각도

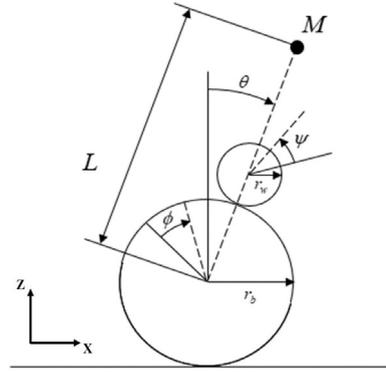


그림 3. 볼봇의 X-Z 평면 모델.

Fig. 3. The X-Z plane model of a ballbot.

바퀴는 2D로 분리한 평면에서 가상으로 정의된 것이므로 실제 볼봇 시스템에 적용하기 위해서는 변환 과정을 필요로 한다.

3. 오일러-라그랑주 동역학 모델

평면 모델을 이용하여 공, 바퀴, 로봇 몸체의 에너지를 구하고, 오일러-라그랑주 식을 이용하여 볼봇 시스템의 동역학 모델식을 구한다[5]. 공, 바퀴, 로봇 몸체를 포함한 볼봇 시스템의 에너지는 다음과 같다.

$$P = P_{ball} + P_{wheel} + P_{body} \quad (1)$$

$$K = K_{ball} + K_{wheel} + K_{body}$$

여기서 P는 위치에너지를의 합, K는 운동에너지의 합을 의미한다. 그리고 P_{ball} , P_{wheel} , P_{body} , K_{ball} , K_{wheel} , K_{body} 은 각각 공, 바퀴, 몸체의 위치에너지 및 운동에너지를 의미하며 각각의 에너지는 다음과 같은 관계식을 갖는다.

$$P_{ball} = 0 \quad (2)$$

$$P_{wheel} = m_w g (r_b + r_w) \cos \theta \quad (3)$$

$$P_{body} = m_M g L \cos \theta \quad (4)$$

$$K_{ball} = \frac{1}{2} m_b (r_b \dot{\phi})^2 + \frac{1}{2} J_b \dot{\phi}^2 \quad (5)$$

$$K_{wheel} = \frac{1}{2} m_w \dot{p}_w^T \dot{p}_w + \frac{1}{2} J_w \dot{\psi}^2 \quad (6)$$

$$K_{body} = \frac{1}{2} m_M \dot{p}_M^T \dot{p}_M + \frac{1}{2} J_M \dot{\theta}^2 \quad (7)$$

$$p_w = [(r_b + r_w) \sin \theta + r_b \phi \quad 0 \quad (r_b + r_w) \cos \theta]^T \quad (8)$$

$$p_M = [L \sin \theta + r_b \phi \quad 0 \quad L \cos \theta]^T \quad (9)$$

여기서 위치에너지는 공의 중심점을 기준으로 계산하고, 운동에너지는 병진 운동 및 회전 운동의 합으로 표현한다. 또한 바퀴의 각속도는 공과 바퀴 사이에 미끄러짐이 없으므로 다음과 같다.

$$\dot{\psi} = \frac{r_b}{r_w} (\dot{\phi} - \dot{\theta}) \quad (10)$$

에너지 식에 관련된 변수들의 설명을 표 2에 정리하였다.

표 2. 에너지 식의 변수들.

Table 2. Parameters of the energy equation.

변수	설명
m_b	공의 질량
m_w	바퀴의 질량
m_M	몸체의 질량
g	중력가속도
J_b	공의 관성모멘트
J_w	바퀴의 관성모멘트
J_M	몸체의 관성모멘트
p_w	바퀴의 중심 좌표
p_M	몸체의 무게중심점 M의 좌표

이제 식 (1) ~ 식 (10)의 에너지 식에 대해 오일러-라그랑주 식을 이용하여 시스템의 동역학 모델을 구할 수 있다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} - \frac{\partial L}{\partial q} = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$L = K - P \quad (12)$$

$$q = [\phi \ \theta]^T \quad (13)$$

식 (12)과 식 (13)을 식 (11)에 대입하여 정리하면 다음과 같은 비선형 방정식을 얻는다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} (m_b + m_w + m_M)r_b^2 + J_b + J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 & \\ (m_w(r_b + r_w) + m_M L)r_b \cos \theta - J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 & \\ (m_w(r_b + r_w) + m_M L)r_b \cos \theta - J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 & \\ m_w(r_b + r_w)^2 + m_M L^2 + J_M + J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 & \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & -(m_w(r_b + r_w) + m_M L)r_b \sin \theta \dot{\theta} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$G(q) = \begin{bmatrix} 0 \\ -(m_w(r_b + r_w) + m_M L)g \sin \theta \end{bmatrix} \quad (17)$$

여기서 $M(q)$ 는 관성 행렬, $C(q, \dot{q})$ 는 코리올리 힘과 원심력 벡터, $G(q)$ 는 중력 벡터이다. 2.2절의 가정 5로부터 몸체 질량이 균일한 밀도를 가지므로 X-Z 평면과 Y-Z 평면은 같은 모델식을 가지며 질량, 관성모멘트 등 실제 물리적인 값도 같다. 따라서 Y-Z 평면에 대한 해석은 앞의 해석과 일치한다.

4. 2D 평면 모델과 실제 모델의 관계

2D 평면 모델에서의 바퀴는 가상의 바퀴로 두어 해석하였으므로 실제 시스템의 움니휠에 바로 적용할 수 없다. 따라

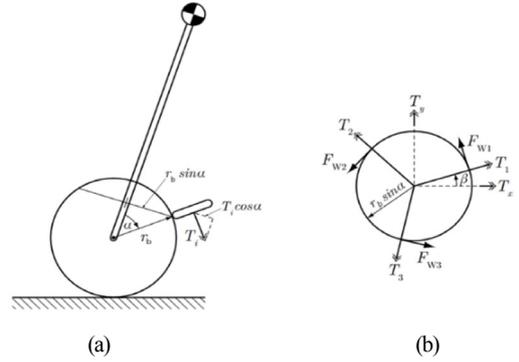


그림 4. 2D 모델과 실제 시스템의 관계. (a) 옆면, (b) 윗면
Fig. 4. The relationship between the 2D model and the actual 3D system. (a) side view, (b) top view

표 3. 2D 모델과 실제 시스템의 값 및 변수들.

Table 3. Parameters of the 2D model system and the actual system.

변수	설명
T_x, T_y, T_z	x축, y축, z축에 대한 토크
T_1, T_2, T_3	실제 시스템에서 모터 1, 2, 3에 의한 토크
α	몸체의 무게 중심축으로부터 바퀴와 공의 접점 사이의 각도
β	x축과 모터 1 사이의 각도

서 실제 시스템에 적용하기 위해서는 분리시킨 평면 모델을 다시 실제 3D 시스템으로 변환시키는 과정이 필요하게 된다. 그림 4를 통해 다음과 같은 관계식을 얻을 수 있다[5].

$$T_1 = \frac{1}{3} \left\{ T_z + \frac{2}{\cos \alpha} (T_x \cos \beta - T_y \sin \beta) \right\} \quad (18)$$

$$T_2 = \frac{1}{3} \left[T_z + \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \{ (-\sqrt{3}T_x + T_y) \sin \beta - (T_x + \sqrt{3}T_y) \cos \beta \} \right] \quad (19)$$

$$T_3 = \frac{1}{3} \left[T_z + \frac{1}{\cos \alpha} \cdot \{ (\sqrt{3}T_x + T_y) \sin \beta + (-T_x + \sqrt{3}T_y) \cos \beta \} \right] \quad (20)$$

그러나 가정에 의해 X-Y 평면에 대한 토크, T_z 는 발생하지 않으므로 식 (21)을 얻는다.

$$T_z = 0 \quad (21)$$

이제 식 (21)을 대입하여 식 (18)~식 (20)을 아래와 같이 다시 정리한다.

$$T_1 = \frac{2}{3 \cos \alpha} (T_x \cos \beta - T_y \sin \beta) \quad (22)$$

$$T_2 = \frac{1}{3 \cos \alpha} \cdot \{ (-\sqrt{3}T_x + T_y) \sin \beta - (T_x + \sqrt{3}T_y) \cos \beta \} \quad (23)$$

$$T_3 = \frac{1}{3 \cos \alpha} \cdot \{ (\sqrt{3}T_x + T_y) \sin \beta + (-T_x + \sqrt{3}T_y) \cos \beta \} \quad (24)$$

식 (22)~식 (24)을 통해 2D 모델의 가상의 토크를 실제 시스템의 움니휠에 의한 토크로 변환할 수 있다. 또한 다음과

같이 의사역행렬을 이용하여 실제 시스템의 움니휠에 의한 토크를 2D 모델의 가상의 토크로 변환할 수 있다.

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} = R \begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$R = \frac{1}{3\cos\alpha} \begin{bmatrix} 2\cos\beta & -2\sin\beta \\ -\sqrt{3}\sin\beta - \cos\beta & \sin\beta - \sqrt{3}\cos\beta \\ \sqrt{3}\sin\beta - \cos\beta & \sin\beta + \sqrt{3}\cos\beta \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$\begin{bmatrix} T_x \\ T_y \end{bmatrix} = (R^T R)^{-1} R^T \begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \\ T_3 \end{bmatrix} \quad (27)$$

III. LQR 제어기 설계

불안정한 평형점을 갖는 볼봇의 제어를 위해 적분 제어기를 포함한 LQR 제어기를 설계한다. 이를 위하여 식 (14)을 \ddot{q} 에 대하여 정리한다.

$$\ddot{q} = \begin{bmatrix} \ddot{\phi} \\ \ddot{\theta} \end{bmatrix} = -M^{-1}(q)C(q, \dot{q})\dot{q} - M^{-1}(q)G(q) + M^{-1}(q) \begin{bmatrix} \tau \\ 0 \end{bmatrix} \quad (28)$$

식 (28)와 식 (15) ~ 식 (17)을 이용하여 볼봇의 평형점인 $q_0 = [0 \ 0]^T$ 과 $\dot{q}_0 = [0 \ 0]^T$ 에서 테일러 급수를 이용하여 선형화하면 다음과 같다.

$$c_1 = (m_b + m_w + m_M)r_b^2 + J_b + J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 \quad (29)$$

$$c_2 = m_w(r_b + r_w)^2 + m_M L^2 + J_M + J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 \quad (30)$$

$$c_3 = (m_w(r_b + r_w) + m_M L)r_b - J_w \left(\frac{r_b}{r_w}\right)^2 \quad (31)$$

$$c_4 = (m_w(r_b + r_w) + m_M L)g \quad (32)$$

$$M^{-1}(q) = \frac{1}{c_1 c_2 - c_3^2} \begin{bmatrix} c_2 & -c_3 \\ -c_3 & c_1 \end{bmatrix} \quad (33)$$

$$M^{-1}(q)C(q, \dot{q}) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (34)$$

$$M^{-1}(q)G(q) = \frac{c_4}{c_1 c_2 - c_3^2} \begin{bmatrix} c_3 \\ -c_1 \end{bmatrix} \theta \quad (35)$$

이제 식 (28)~식 (35)을 이용하여 대상 시스템을 다음과 같이 상태공간식으로 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= x \end{aligned} \quad (36)$$

$$x = [\phi \ \theta \ \dot{\phi} \ \dot{\theta}]^T \quad u = \tau \quad (37)$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & \frac{-c_3 c_4}{c_1 c_2 - c_3^2} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c_1 c_4}{c_1 c_2 - c_3^2} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{c_2}{c_1 c_2 - c_3^2} & \frac{-c_3}{c_1 c_2 - c_3^2} \end{bmatrix} \quad (39)$$

LQR 제어기는 식 (40)의 비용함수를 최적화하는 식 (41)의 상태궤환 이득을 구하는 것이다[15,16]. 상태궤환 식과 비용함수는 다음 식으로 표현된다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + Ru^2) dt \quad (40)$$

$$u = -Kx \quad (41)$$

위에서 Q와 R 행렬은 각각 상태 변수와 입력 변수에 대한 가중치 행렬이다. 가정에 의하여 X-Z 평면과 Y-Z 평면의 물리 값이 같으므로 X-Z 평면에서의 Q와 R 가중치 행렬과 그에 따른 상태 궤환 이득 K를 Y-Z 평면에서도 사용할 수 있다.

볼봇은 동적으로 불안정하며, 동역학 모델 과정에서 예측하기 어려운 마찰, 모터의 백래쉬에 의한 영향으로 제어에 어려움이 있다. 따라서 단순 컴퓨터 시뮬레이션으로는 제어가 가능한 것으로 보이더라도 실제 시스템에 적용할 때는 많은 문제들이 발생할 수 있다. 본 논문에서는 이러한 문제들을 완화하기 위해 LQR 제어기에 적분 제어기를 추가로 적용함으로써 추종 오차의 수렴 속도를 향상시키고 변수 값들의 변화와 외부 외란에 대해 제어 안정성을 향상시킨다[8]. 여기서 적분제어기는 상태 궤환 이득으로 얻은 값인 식 (41)의 u 를 입력으로 하여 모터 제어 값을 출력한다.

IV. 실험 결과

실제 시스템을 제작하고 제어기를 적용하여 모델링 및 제어를 검증한다. 제작된 시스템 및 실험 환경을 이용하여 실제 물리 값들을 측정 및 계산한다.

1. 볼봇 제어 시스템

그림 5는 본 논문에서 개발한 실제 볼봇이다. 동역학 식의 변수 값은 표 4와 같다. 표 4에서 L은 CAD 모델을 통해서 얻었으며 r_b , r_w , m_b , m_w , m_M 은 측정에 의해 구하였다. 공의 경우 얇은 구형의 셀로 가정하여 J_b 를 계산하였다. 이와 유사하게 바퀴의 경우 원통형 강체로 가정하고 모터의 샤프트, 기어비를 포함하여 J_w 를 구했으며 몸체의 경우에는 원통형 강체로 가정하여 J_M 을 얻었다.

표 4의 값을 이용하면 식 (38)과 식 (39)의 행렬 A , B 는 다음과 같이 얻어진다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -5.0968 & 0 & 0 \\ 0 & 8.5451 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (42)$$

표 4. 실제 볼봇 동역학의 변수 값.

Table 4. Parameter values of the actual ballbot dynamics.

변수 이름	변수 값
L	0.25 m
r_b	0.125 m
r_w	0.055 m
m_b	0.646 kg
m_w	0.249 kg
m_M	6.136 kg
g	9.81 m/s ²
J_b	0.0067 kgm ²
J_w	0.0155 kgm ²
J_M	1.3249 kgm ²
α	45°
β	0°

$$B = [0 \ 0 \ 5.2815 \ -0.3291]^T \quad (43)$$

본 실험에서는 가중치 행렬 Q와 R을 실험을 통해 다음과 같이 설정하였다.

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 50 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 15 \end{bmatrix} \quad R = 100 \quad (44)$$

MALTB의 lqr() 함수를 이용하여[18] 식 (36) ~ 식 (44)로부터 상태 제환 이득 K를 구할 수 있다.

$$K = [-0.1 \ -78.9713 \ -0.3321 \ -27.1950]^T \quad (45)$$

볼봇의 제어 시스템 구조는 그림 6과 같다. IMU 센서를 통해 몸체의 기울어진 각도 및 각속도 값을 획득하고 식 (27)의 관계식을 통하여 모터 엔코더 값을 공의 각도 및 각속도 값으로 변환한다.

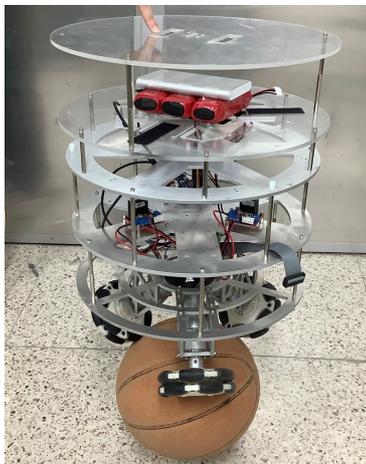


그림 5. 실제 볼봇 시스템.
Fig. 5. The actual ballbot system.

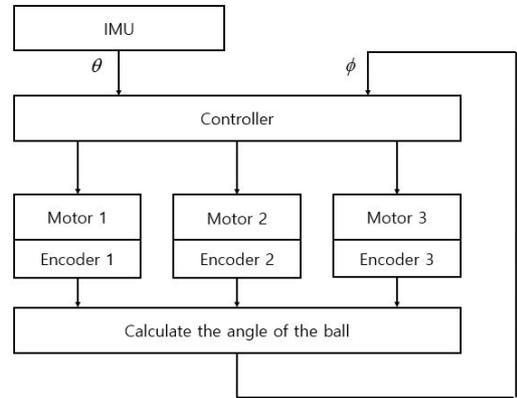


그림 6. 볼봇 제어 시스템 구조.
Fig. 6. The structure of a ballbot control system.

2. 실험 결과

그림 7과 그림 8은 앞서 설계한 제어를 실제 시스템에 적용하여 실험과정에서 얻은 IMU 센서 값을 그래프로 표시한 것으로 각각 roll과 pitch 값을 의미한다. 그림에서 roll과 pitch 값이 모두 평형점 부근 약 -1° ~ 1°의 범위에서 머무는 것으로 볼 수 있으며, 이는 볼봇이 동적 안정성을 유지하고 있음을 의미한다[19]. Roll과 Pitch 기울기 값이 수렴하지 못하고 일정 범위에서 진동하는 것은 실제로는 마찰과 미끄러짐이 존재하고 옴니휠 3개의 바퀴와 공의 완전한 접촉을 보장할 수 없기 때문이다. 또한 실제 시스템은 비선형 시스템이지만 평형점에서 테일러 급수를 이용한 선형화 및 선형

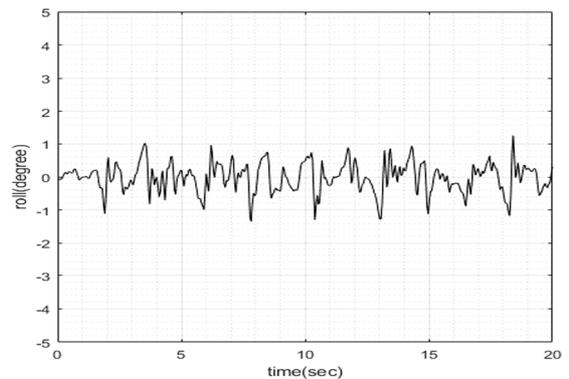


그림 7. 볼봇 실험을 통해 획득한 roll 각.
Fig. 7. The roll angle from a ballbot experiment.

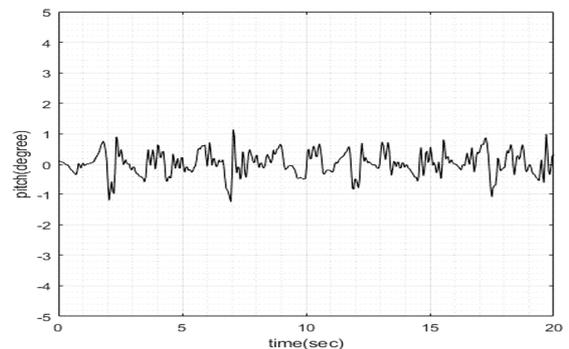


그림 8. 실험을 통해 획득한 pitch 각.
Fig. 8. The pitch angle from a ballbot experiment.

제어기의 사용으로 인해 오차가 생길 수 있다.

실험을 통해 X-Z평면 및 Y-Z평면의 2D 모델링 및 적분제어기를 포함한 LQR 제어기를 검증하였으나 공이 제자리회전을 하는 현상을 관찰하였다. 이 역시 가정과는 다르게 X-Y 평면에 대한 회전 토크가 발생하는 것으로 이에 대한 모델링 및 해석이 필요하다. 이와 관련한 제어기의 설계를 통해 볼봇의 방향 제어가 가능할 것이다.

V. 결론

본 논문에서는 볼봇의 구조를 제시하고 2D 모델로 분리한 시스템에 대해 에너지 기반 오일러-라그랑주 동역학 모델을 구하였다. 그리고 2D 모델에서의 가상의 바퀴와 실제 시스템의 옴니휠 사이의 관계를 보였다. 또한 오일러-라그랑주 비선형 동역학 식을 평형점에서 테일러 급수를 이용하여 선형 시스템으로 근사하였고, 이를 상태공간 식으로 표현하여 LQR 제어기를 설계하였다. 또한 동역학 모델링 과정에서 반영하지 못한 불확실 요소들에 대해 제어 안정성을 향상시키기 위해 적분 제어기를 포함시킨 확장 제어기를 설계하였다.

실제 볼봇을 제작하여 관련 동역학 변수 값을 측정함으로써 근사 선형 시스템을 구하였고, LQR 제어기의 가중치 행렬 Q와 R의 조정을 통해 적절한 상태변수 피드백 이득 행렬 K를 구하였으며, 실험을 통해 실제 시스템이 동적으로 안정함을 확인하였다.

감사의 글

본 논문의 볼봇 제작과 실험에 도움을 준 서울과학기술대학교 전기정보공학과 김웅식, 김민호 학생에게 감사드립니다.

REFERENCES

- [1] T. Lauwers, G. Kantor, and R. Hollis, "One is enough," *Proc. of 12th Int'l Symp. on Robotics Research*, pp. 1-10, 2005.
- [2] A. Lotfiani, M. Keshmiri, and M. Danesh, "Dynamic analysis and control synthesis of a spherical wheeled robot (ballbot)," *In 1st RSI/ISM international conference on robotics and mechatronics (ICRoM)*, pp. 481-486, 2013.
- [3] J. Lee and H. Park, "A study on balancing control of ballbot robot systems," *Journal of the Korean Society of Manufacturing Technology Engineers (in Korean)*, vol.27, no.3, pp. 244-251, 2018.
- [4] G. Seyfarth, "Design, construction, and evaluation of a ballbot with a spherical induction motor," Master's Thesis, Carnegie Mellon University, Aug. 2016.
- [5] P. Fankhauser and C. Gwerder, "Modeling and control of a ballbot," *Eidgenössische Technische Hochschule Zürich*, 2010.
- [6] U. Nagarajan, G. Kantor, and R. Hollis, "Trajectory planning and control of an underactuated dynamically stable single spherical wheeled mobile robot," *Proc. IEEE Int'l. Conf. on Robotics and Automation*, pp. 3743-3748, May 2009.
- [7] U. Nagarajan, A. Mampetta, G. Kantor, and R. Hollis, "State transition, balancing, station keeping, and yaw control for a dynamically stable single spherical wheel mobile robot," *IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 998-1003, May 2009.
- [8] D. Thach, S. Lee, and K. Gwak, "Passivity-based nonlinear

control for a ballbot to balance and transfer," *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 17, pp. 2929-2939, Nov. 2019.

- [9] A. Bonci, "New dynamic model for a Ballbot system," *12th IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications (MESA)*, pp. 1-6, 2016.
- [10] T. Lauwers, G. Kantor, and R. Hollis, "A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive," *Proc. of IEEE International Conference on Robotics and Automation*, pp. 2884-2889, May 2006.
- [11] D. Thach and S. Lee, "LQG control design for a coupled ballbot dynamical system," *Proc. Of 18th Int. Conf. on Control, Automation and Systems (ICCAS)*, pp. 666-670, 2018.
- [12] J. Park, S. Kim, and S. Yi, "Development of stable ballbot with omnidirectional mobility," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, pp. 40-44, 2013.
- [13] M. Kumagai and T. Ochiai, "Development of a robot balancing on a ball," *Proc. of International Conference on Control, Automation and Systems*, pp. 433-438, Oct. 2008.
- [14] S. Doessegger, P. Fankhauser, C. Gwerder, J. Huessy, J. Kaeser, T. Kammermann, L. Limacher, and M. Neunert, "Rezero," *Focus Project Report, Autonomous Systems Lab., ETH Zurich*, 2010.
- [15] C. Lee and Y. Lee, "Implementation of 2-DOF Inverted Pendulum Control System Robust Against Actuator Uncertainties," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol.24, no.5, pp. 377-385, May. 2018.
- [16] J. Choi and Y. Lee, "The Controller Implementation of a Balancing Robot using a System Model with Acceleration as the Input," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 24, no.1, pp. 17-25, Jan. 2018.
- [17] G. Jeong and S. Yi, "Development of Ballbot with Unstable Equilibrium Point," *Proc. of 2019 ICROS Jeonbuk-Jeju Regional Conference*, pp. 116-117, 2019.
- [18] MATLAB R2017b Control System toolbox, Mathworks
- [19] <https://youtu.be/5atBwQekHPw>

정 과 철

2020년 2월 서울과학기술대학교 전기정보공학과(공학사). 2020년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 석사과정 재학. 관심분야는 이동 로봇, 로봇 공학, 제어 공학.



박 준 태

2020년 2월 서울과학기술대학교 전기정보공학과(공학사). 2020년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 석사과정 재학. 관심분야는 이동 로봇, 인공지능.





이 수 영

1988년 2월 연세대학교 전자공학과(공학사). 1990년 2월 KAIST 전기및전자공학과(공학석사). 1994년 8월 KAIST 전기및전자공학과(공학박사). 1995년 3월~1999년 8월 KIST 시스템연구부 선임연구원. 1997년 2월~1998년 2월 Univ. of

Southern California 박사후 과정. 1999년 9월~2007년 2월 전북대학교 전자정보공학부 부교수. 2005년 6월~2006년 8월 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 방문교수. 2007년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수. 관심분야는 보행로봇, 로봇비전, 이동로봇.