



## 제어 모멘트 자이로스코프를 이용한 외바퀴 이동로봇의 균형 자세 제어

### Balancing control of one-wheeled mobile robot using control moment gyroscope

박상형\* · 이수영\*†  
Sang-Hyung Park and Soo-Yeong Yi†

\*서울과학기술대학교 전기정보공학과

†Department of Electrical and Information Engineering, Seoul National University of Science and Technology

#### 요약

외바퀴 로봇 제어에 있어 필수적인 균형 안정화 제어를 위해 제어 모멘트 자이로스코프(CMG)를 이용할 수 있다. 단일 짐벌 CMG는 단순한 구조를 가지면서 외란에 대해 강력한 복원 토크를 로봇에게 전달할 수 있다. 그러나 CMG는 복원 토크 외에 원치 않는 방향의 토크도 발생시킨다. 원치 않는 방향 토크는 회전 자유도가 높은 외바퀴 로봇 시스템에서 불안정성 문제를 야기한다. 본 논문에서는 원치 않는 방향 토크를 제거하기 위해 CMG 가위쌍을 이용한 외바퀴 이동 로봇 제어 시스템을 제시한다. 외바퀴 로봇 동역학식에 있어서의 모델 오차에 강인한 특성을 갖는 LQR 제어 알고리즘을 설계하였다. 3D 비선형 동역학 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 CMG 가위쌍과 LQR 제어 알고리즘을 갖는 외바퀴 로봇 제어 시스템을 검증하였다.

키워드 : 제어 모멘트 자이로스코프, 외바퀴 로봇, 균형 제어, 안정화 제어

#### Abstract

The control moment gyroscope(CMG) can be used for essential balancing control of a one-wheeled mobile robot. A single-gimbal CMG has a simple structure and can supply strong restoring torque against external disturbances. However, the CMG generates unwanted directional torque also besides the restoring torque; the unwanted directional torque causes instability in the one-wheeled robot control system that has high rotational degrees of freedom. This study proposes a control system for a one-wheeled mobile robot by using a CMG scissored pair to eliminate the unwanted directional torque. The well-known LQR control algorithm is designed for robustness against modeling error in the dynamic motion equations of a one-wheeled robot. Computer simulations for 3D nonlinear dynamic equations are carried out to verify the proposed control system with the CMG scissored pair and the LQR control algorithms.

Key Words : Control Moment Gyroscope, One-Wheeled Robot, Balancing Control, Stabilizing Control

Received: Jan. 9, 2017  
Revised: Mar. 29, 2017  
Accepted: Mar. 30, 2017  
†Corresponding authors  
suylee@seoultech.ac.kr

## 1. 서론

외바퀴 이동로봇은 바닥과 닿는 바퀴가 하나이기 때문에 피치와 롤, 두 방향으로 불안정한 평형점을 갖는다. 역진자 형태의 로봇의 제어 방법은 휴머노이드 로봇에도 응용이 가능하므로 더욱 높은 중요성을 갖는다.[1][2] 이러한 시스템의 정상적인 구동을 위해서는 두 방향의 동시 균형유지를 위한 자세 안정화 제어가 필수적이다. 세그웨이와 같이 하부의 바퀴가 두 개인 경우에는 바퀴 제어를 통해 피치 방향의 자세를 안정화하거나[3][4][5], 한 개의 싱글 짐벌 자이로스코프를 이용하여 균형을 유지하는 방법이 소개되었다 [6][7]. 하부의 바퀴가 하나인 경우에는 리액션 휠, 혹은 더블 짐벌 자이로스코프를 이용하여 피치와 롤, 두 방향의 자세를 동시에 안정화하는 알고리즘이 제안된 바 있다 [8][9].

제어 모멘트 자이로스코프(Control moment gyroscope, 이하 CMG)는 고속 회전하는 플라이휠의 방향을 바꿈으로써 토크를 발생하는 구동기이다. CMG의 토크 발생 원리는 리액션 휠과 비슷하나, 보다 강력한 토크를 발생시킬 수 있다는 장점을 가진다 [10]. CMG에 연결된 짐벌의 개수에 따라 단일 짐벌 CMG(Single gimbal CMG, 이하 SGCMG)와 이중 짐벌 CMG(Double gimbal CMG, DGCMG)로

이 연구는 서울과학기술대학교 교내 연구비의 지원으로 수행되었습니다.  
This is an Open-Access article distributed under the terms of the Creative Commons Attribution Non-Commercial License (<http://creativecommons.org/licenses/by-nc/3.0>) which permits unrestricted non-commercial use, distribution, and reproduction in any medium, provided the original work is properly cited.

나뉜다. 그림 1은 SGCMG의 구조를 나타낸 것이며, 단일한 짐벌을 이용하므로 플라이휠의 케이스는 단일한 회전 자유도를 갖는다. 토크는 각운동량의 변화량이므로 플라이휠이 바라보는 방향이 바뀌면 토크가 발생하며, 로봇의 몸통에 전달되는 반작용 토크를 로봇의 자세 제어에 이용할 수 있다.

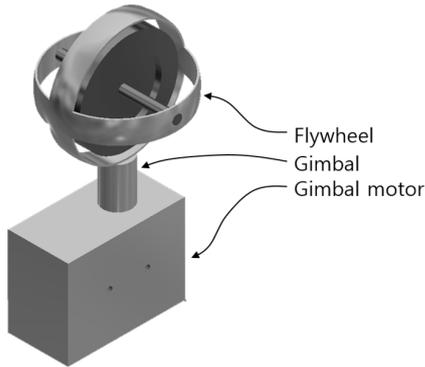


그림 1. SGCMG의 구조  
Fig. 1. Structure of an SGCMG

CMG 사용에 있어 중요한 문제로 특이점(singularity) 문제와 원치 않는 방향으로 토크가 발생하는 문제가 있다. 특이점이란 CMG 발생 토크의 복원력 성분(원하는 방향의 성분)이 0이 되는 짐벌의 각도를 의미한다. 그림 2(a)와 같은 상황에서 CMG에서 발생하는 토크의 방향,  $\alpha$ 는  $\beta$  방향의 불안정성을 극복하는 복원력으로 작용할 수 있다. 그러므로 CMG에서 발생하는 토크의 방향이  $\alpha$ 일 때, CMG는 최대 토크 전달 능력을 갖는다고 말한다. 그러나 그림 2 (b)와 같이 CMG에서 발생하는 토크의 방향  $\alpha$ 가 불안정성의 방향  $\beta$ 와 수직인 경우에는  $\beta$  방향으로 복원력 성분을 가지지 못하며, 이를 특이점이라 한다. 이는 짐벌 회전을 통해 플라이휠이 바라보는 방향을 조절하는 CMG의 기계적 특성에 따르는 문제이다.

플라이휠이 바라보는 방향, 즉 짐벌의 방향이 그림 2 (c)와 같은 때에 CMG는  $\beta$  방향으로의 복원 토크와 함께 원치 않는  $\gamma$  방향으로 토크 분력이 발생되며, 이는 외바퀴 로봇과 같이 롤과 피치 2축의 회전자유도를 갖는 시스템에서 오히려 시스템을 불안정하게 만드는 외란이 될 수 있다. 이와 같은 상황은 짐벌의 방향이 그림 2 (a)와 같은 경우를 제외한 모든 경우에 일어나는 현상이다.

CMG 플라이휠의 각운동량이 클수록 토크를 발생하기 위해 필요한 짐벌의 방향회전 속력이 작아지므로 같은 외란에 대해 더 작은 각도 범위 내에서 움직이게 된다. 특이점 문제는 CMG 이용에 있어 가장 중요한 문제이기도 하나, CMG의 플라이휠이 충분히 빠른 속력으로 회전한다면 로봇의 균형 자세 제어를 수행하면서 짐벌의 방향 각도가 특이점에 도달하지 않게 할 수 있다. 이와 달리 원치 않는 방향의 토크 성분이 발생하는 문제는 CMG가 동작하는 내내 시스템을 불안정하게 만들 수 있는 외란으로 작용하게 되므로 본

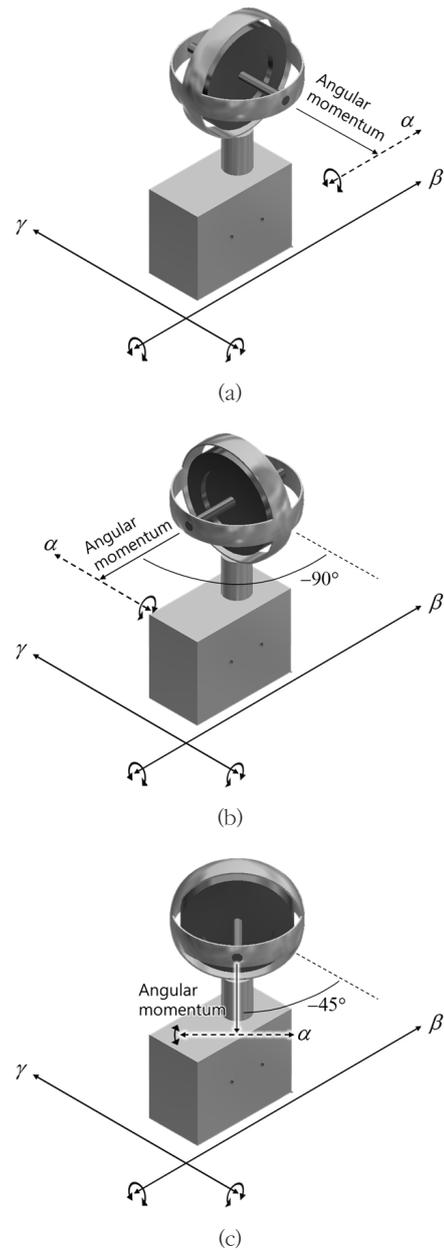


그림 2 짐벌의 각도에 따른 토크 발생 방향:  
(a)  $0^\circ$ , (b)  $-90^\circ$ , (c)  $-45^\circ$

Fig. 2. Generated torque direction corresponding to the angle of gimbal: (a)  $0^\circ$ , (b)  $-90^\circ$ , (c)  $-45^\circ$

논문에서는 이 문제 해결에 중점을 두었다.

원치 않는 방향의 토크 문제 해결을 위해 두 개의 SGCMG를 이용한 CMG 가위 쌍(CMG scissored pair)을 이용하는 방법이 제시되었으며, 그 응용 예로는 브레넨 모노레일이 알려져 있다 [11]. 브레넨 모노레일은 자세 안정화 대상 축이 롤 방향, 한 개의 회전 자유도를 가지는 시스템이지만 본 논문의 제어 대상 시스템인 외바퀴 이동로봇은 자세 안정화 대상 축이 피치와 롤, 두 방향으로서 더 높은 회전 자유도를 가지는 시스템이다. CMG 가위 쌍은 특정

회전축에 대하여 보존력을 가지며, 구동 중 다른 회전축으로 원치 않는 방향 토크를 자체적으로 상쇄하므로 두 방향의 회전 자유도를 갖는 외바퀴 이동로봇에 응용할 수 있다.

본 논문의 2장에서는 외바퀴 이동로봇의 롤 각도 안정화 제어를 수행하면서 원치 않는 방향 토크를 자체적으로 상쇄하기 위해 두 개의 SGCMG를 이용하는 CMG 가위쌍의 구조를 설명하고, 3장에서 그 수학적 모델을 구하고 분석한다. 4장에서 제어기 설계 과정을 설명하며, 5장에서 시뮬레이션 결과를 보이고 6장에서 결론을 맺는다.

## 2. CMG 가위 쌍을 사용한 외바퀴 로봇 구조

그림 3과 같이 외바퀴 로봇은 지면과 닿는 하부의 바퀴( $W$ ), 상부 앞쪽의 SGCMG( $F$ ), 상부 뒤쪽의 SGCMG( $B$ ), 상부와 하부를 잇는 몸통( $L$ )으로 이루어진 높이 30cm, 길이 24cm, 너비 17cm의 로봇이다. 상부 두 SGCMG의 플라이휠의 회전속력은 같으며, 그림에 화살표로 표시된 바와 같이 각각 서로 다른 방향으로 고속회전하고 있고, 이때의 회전 속력은 일정하게 유지된다. SGCMG 짐벌의 회전축은 로봇의 요 축과 일치하며, 짐벌 모터에 의해 플라이휠이 바라보는 방향각도를 바꾼다.  $F$ 와  $B$ 의 두 짐벌은 짐벌 모터 제어에 의해 정확히 서로 반대 방향으로 회전한다고 가정한다. 따라서 만일  $F$ 가  $Z$ 축을 중심으로  $\alpha = \pi/4$  만큼 회전한다면,  $B$ 는  $-\alpha = -\pi/4$  만큼 회전한다. 이러한 구조의 SGCMG 배치를 CMG 가위 쌍이라 한다.

1장에서 기술한 바와 같이 SGCMG에는 원치 않는 방향으로 토크가 발생하는 특성이 존재한다. 그림 4에서 SGCMG에서 발생하는 토크 성분 중  $x$ 축 성분은 롤 방향의 복원력으로 작용하며,  $y$ 축 성분은 피치 방향의 외란이 되어 원치 않는 방향 토크가 된다.

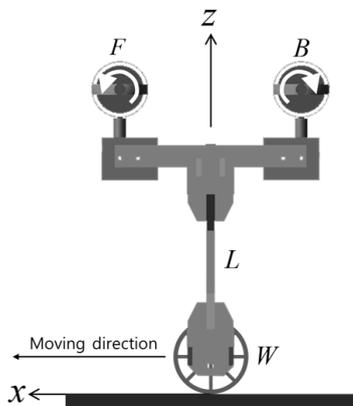


그림 3. CMG 가위 쌍을 사용하는 외바퀴 로봇의 측면도  
Fig. 3. Side view of one-wheeled robot with CMG scissored pair

그러나 그림 5와 같은 CMG 가위 쌍은 원하는 방향으로의 복원 토크를 제외한 모든 토크들을 서로 상쇄시킨다. CMG 가위 쌍의 짐벌 모터 제어에 의해 롤 축 회전운동에 대한 스프링-댐퍼 시스템과 유사한 특성을 가지도록 만들 수 있으며[12], 외바퀴 로봇과 같이 2축의 회전 자유도를 갖는 시스템의 균형유지 안정화에 응용할 수 있다.

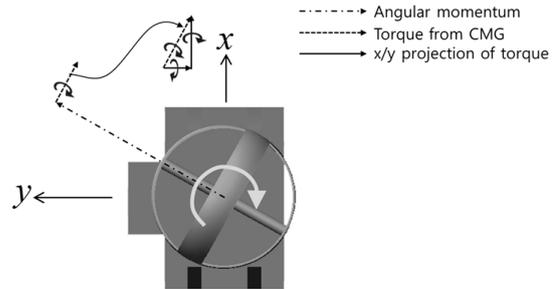


그림 4. 1개의 CMG에서 발생하는 토크(상면도)  
Fig. 4. Generated torque from 1 CMG (Top view)

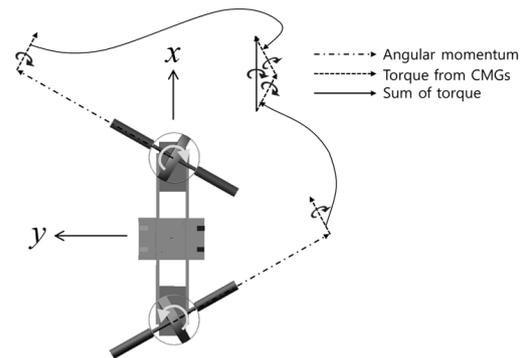


그림 5. CMG 가위 쌍을 사용하는 외바퀴 로봇(상면도)  
Fig. 5. Generated torque from CMG scissored pair (Top view)

CMG가 발생시킨 원치 않는 토크에 의한 피치 축 토크 간섭은 CMG 가위 쌍을 이용함으로써 제거되므로, 로봇의 피치 각도 제어는 간단히 하부의 바퀴에 의해 이루어진다.

## 3. CMG 가위 쌍을 사용한 외바퀴 로봇의 동적 모델

외바퀴 로봇의 비선형 운동방정식은 라그랑주 역학을 이용하여 얻을 수 있다[13]. 각 부품의 선속도와 각속도는 각각  $\omega$ 와  $v$ 로 표현되었으며, 어느 부품에 대한 것인지와 어느 축에 대한 것인지는 아래 첨자로 표현되었다. 또한 이때의 축은 지면 기준의 축이 아닌 각 부품에 대한 축이다. 그림 6은 만일  $A$ 라는 부품이 있다면 각 성분들이 어떻게 표현되는지를 표현한 것이다. 표 1은 외바퀴 로봇의 각 부품과 그에 관한 물리량을 표현하는 용어를 정리한 것이다.

표 1. 용어  
Table 1. Terminology

$F$	Front CMG
$B$	Back CMG
$L$	Body of the robot
$W$	Wheel in the bottom of the robot
$\phi_x$	Roll angle of the body of the robot
$\phi_y$	Pitch angle of the body of the robot
$\phi_z$	Yaw angle of the body of the robot
$\omega_{Ax}$	Angular velocity for roll axis of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$\omega_{Ay}$	Angular velocity for pitch axis of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$\omega_{Az}$	Angular velocity for yaw axis of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$v_{Ax}$	Velocity for forward direction of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$v_{Ay}$	Velocity for left direction of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$v_{Az}$	Velocity for upper direction of the part $A$ for $F, B,$ or $W$
$\alpha$	Skewed angle of the gimbal of the CMGs
$\beta$	Skewed angle of $W$
$\Omega$	Angular velocity of the flywheel
$l_A$	Distance between CoM, of $W$ and CoM, of $A$
$l_{all}$	Distance between CoM, of $W$ and CoM, of the robot
$R_W$	Radius of $W$
$m_A$	Mass of $A$
$m_{all}$	Mass of the robot
$i_{Ax}$	Angular momentum for roll axis for part $A$ for $F, B,$ or $W$
$i_{Ay}$	Angular momentum for pitch axis for part $A$ for $F, B,$ or $W$
$i_{Az}$	Angular momentum for yaw axis for part $A$ for $F, B,$ or $W$
$\theta_F$	Angle of $F$ in the view of center of $W$
$\theta_B$	Angle of $B$ in the view of center of $W$
$\tau_\alpha$	Gimbal motor torque
$\tau_\beta$	Wheel motor torque

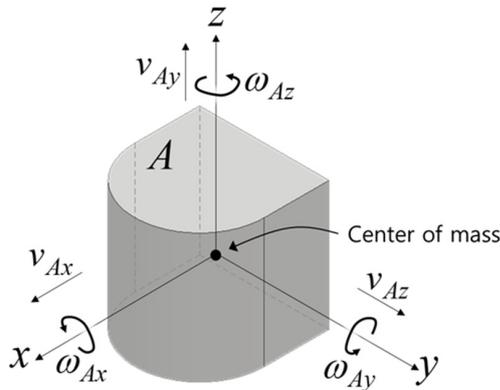


그림 6. 각 부품의 각속도와 선속도  
Fig. 6. Angular and linear velocity of each part

완전한 라그랑주 운동방정식을 얻기 위해서는 보존계에서의 로봇의 운동방정식을 먼저 구해야 한다. 각 부품의 각속도와 선속도를 각각 식 (1)과 (2)와 같이 구한다.

$$\begin{aligned}
 \omega_{Lx} &= \dot{\phi}_x \\
 \omega_{Ly} &= \dot{\phi}_y \\
 \omega_{Lz} &= \dot{\phi}_z \\
 \omega_{Fx} &= \dot{\phi}_x \cos(\alpha) + \dot{\phi}_y \sin(\alpha) \\
 \omega_{Fy} &= \dot{\phi}_y \cos(\alpha) - \dot{\phi}_x \sin(\alpha) + \Omega \\
 \omega_{Fz} &= \dot{\phi}_z + \dot{\alpha} \\
 \omega_{Bx} &= \dot{\phi}_x \cos(-\alpha) + \dot{\phi}_y \sin(-\alpha) \\
 \omega_{By} &= \dot{\phi}_y \cos(-\alpha) - \dot{\phi}_x \sin(-\alpha) - \Omega \\
 \omega_{Bz} &= \dot{\phi}_z - \dot{\alpha} \\
 \omega_{Lx} &= \dot{\phi}_x \\
 \omega_{Ly} &= \dot{\phi}_y + \dot{\beta} \\
 \omega_{Lz} &= \dot{\phi}_z
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 v_{Wx} &= R_W \omega_{Wy} \\
 v_{Wy} &= 0 \\
 v_{Wz} &= 0 \\
 v_{Lx} &= l_L \omega_{Ly} + v_{Wx} \cos(\phi_y) \cos(\phi_z) \\
 v_{Ly} &= -l_L \omega_{Lx} + v_{Wy} \cos(\phi_x) \cos(\phi_z) \\
 v_{Lz} &= v_{Wz} \cos(\phi_x) \cos(\phi_y) \\
 v_{Fx} &= l_F \omega_{Fy} \cos(\theta_F) + v_{Wx} \cos(\phi_y) \cos(\phi_z) \\
 v_{Fy} &= -l_F \omega_{Fx} \cos(\theta_F) + v_{Wy} \cos(\phi_x) \cos(\phi_z) \\
 v_{Fz} &= v_{Wz} \cos(\phi_x) \cos(\phi_y) \\
 v_{Bx} &= l_B \omega_{By} \cos(\theta_B) + v_{Wx} \cos(\phi_y) \cos(\phi_z) \\
 v_{By} &= -l_B \omega_{Bx} \cos(\theta_B) + v_{Wy} \cos(\phi_x) \cos(\phi_z) \\
 v_{Bz} &= v_{Wz} \cos(\phi_x) \cos(\phi_y)
 \end{aligned} \tag{2}$$

식 (1)과 (2)에서 구한 각 부품의 각속도와 선속도를 이용하여 식 (3)과 같이 로봇의 운동에너지  $T$ 를 구할 수 있다. 로봇의 위치에너지  $V$ 는 식 (4)와 같다.

$$\begin{aligned}
 T_L &= \frac{1}{2} m_L (v_{Lx}^2 + v_{Ly}^2 + v_{Lz}^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2} (i_{Lx} \omega_{Lx}^2 + i_{Ly} \omega_{Ly}^2 + i_{Lz} \omega_{Lz}^2) \\
 T_F &= \frac{1}{2} m_F (v_{Fx}^2 + v_{Fy}^2 + v_{Fz}^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2} (i_{Fx} \omega_{Fx}^2 + i_{Fy} \omega_{Fy}^2 + i_{Fz} \omega_{Fz}^2) \\
 T_B &= \frac{1}{2} m_B (v_{Bx}^2 + v_{By}^2 + v_{Bz}^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2} (i_{Bx} \omega_{Bx}^2 + i_{By} \omega_{By}^2 + i_{Bz} \omega_{Bz}^2) \\
 T_W &= \frac{1}{2} m_W (v_{Wx}^2 + v_{Wy}^2 + v_{Wz}^2) \\
 &\quad + \frac{1}{2} (i_{Wx} \omega_{Wx}^2 + i_{Wy} \omega_{Wy}^2 + i_{Wz} \omega_{Wz}^2) \\
 T &= T_L + T_F + T_B + T_W
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$V = m_{all} l_{all} g \cos(\phi_x) \cos(\phi_y) \tag{4}$$

식 (1)~(4)로부터 상태 변수  $\phi_x, \phi_y, \phi_z, \alpha, \beta$ 에 대한 보존계 라그랑주 운동방정식을 식 (5)와 같이 구할 수 있다.

$$\Gamma = T - V$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_x} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_y} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_y} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_z} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_z} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \beta} = 0$$
(5)

실제 시스템은  $W$ 와  $F$ ,  $B$ 에 외부 동력이 토크의 형태로 전달되기 때문에 시스템의 완전한 운동방정식은 식 (6)과 같다. 이 때  $\tau_\alpha$ 는 짐벌 모터의 토크로,  $F$ 의 짐벌에는  $\tau_\alpha$ ,  $B$ 의 짐벌에는  $-\tau_\alpha$ 가 전달된다.  $\tau_\beta$ 는 로봇 하부의 바퀴에 연결된 모터의 토크이다.

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_x} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_x} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_y} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_y} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\phi}_z} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \phi_z} = 0$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\alpha}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \alpha} = \tau_\alpha$$

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \Gamma}{\partial \dot{\beta}} - \frac{\partial \Gamma}{\partial \beta} = \tau_\beta$$
(6)

외바퀴 로봇이 상태가 식 (7)과 같이 평형점 부근에 있는 경우 비선형 운동방정식을 선형 근사화함으로써 식 (8-1)을 얻을 수 있다. 여기서  $K_1 \sim K_8$ 은 식 (8-2)와 같다.

$$\begin{aligned} \phi_x &\approx \dot{\phi}_x \approx \ddot{\phi}_x \approx 0 \\ \phi_y &\approx \dot{\phi}_y \approx \ddot{\phi}_y \approx 0 \\ \phi_z &\approx \dot{\phi}_z \approx \ddot{\phi}_z \approx 0 \\ \alpha &\approx \dot{\alpha} \approx \ddot{\alpha} \approx 0 \\ \beta &\approx \dot{\beta} \approx \ddot{\beta} \approx 0 \end{aligned}$$
(7)

$$\ddot{\phi}_x = \frac{K_1 \phi_x + K_2 \dot{\alpha}}{K_3}$$

$$\ddot{\phi}_y = \frac{K_1 \phi_y + K_4 \ddot{\beta}}{K_5}$$

$$\ddot{\phi}_z = 0$$

$$\ddot{\alpha} = K_6 \dot{\phi}_x + \frac{1}{i_{Bz} + i_{Fz}} \tau_\alpha$$

$$\ddot{\beta} = \frac{K_7}{K_8} \ddot{\phi}_y + \frac{1}{K_8} \tau_\beta$$
(8-1)

$$\begin{aligned} K_1 &= gl_{all}m_{all} \\ K_2 &= 2i_{Fy}\Omega \\ K_3 &= 2i_{Fx} + i_{Lx} + i_{Wx} \\ &\quad + (\cos^2(\theta_F) + \cos^2(\theta_B))l_F^2m_F + l_L^2m_L \\ K_4 &= -i_{Wy} - (2m_F + m_L + m_W)R_W^2 \\ &\quad - (\cos(\theta_F) + \cos(\theta_B))l_Fm_FR_W - l_Lm_LR_W \\ K_5 &= 2i_{Fy} + i_{Ly} + i_{Wy} \\ &\quad + (\cos^2(\theta_F) + \cos^2(\theta_B))l_F^2m_F \\ &\quad + l_L^2m_L + 2(\cos(\theta_F) + \cos(\theta_B))l_Fm_FR_W \\ &\quad + 2l_Lm_LR_W + (2m_F + m_L + m_W)R_W^2 \\ K_6 &= -\frac{\Omega i_{Fy}}{i_{Fz}} \\ K_7 &= -i_{Wy} - (\cos(\theta_F) + \cos(\theta_B))l_Fm_FR_W \\ &\quad - l_Lm_LR_W - (2m_F + m_L + m_W)R_W^2 \\ K_8 &= i_{Wy} + (2m_F + m_L + m_W)R_W^2 \end{aligned}$$
(8-2)

### 4. 제어기 설계

상용 동역학 시뮬레이션 도구[14]를 이용하여 가상의 3차원 모델을 그림 7과 같이 작성하였다. 로봇의 두 플라이휠은 황동, 나머지 부품들은 모두 알루미늄으로 구성하고, 식 (8)에서 사용된 모든 상수들을 표 2와 같이 구하였다. 표 2의 상수들을 대입한 식 (8)을 각 상태변수에 대한 식으로 다시 정리하면 식 (9-1)과 같다.

표 2. 컴퓨터 시뮬레이션을 위한 상수들(단위: MKS)  
Table 2. Constants for computer simulation(MKS)

$l_L$	0.1463282
$l_F, l_B$	0.3224445
$\theta_F$	0.3153
$\theta_B$	-0.3153
$i_{Fx}, i_{Bx}$	$24.483 \times 10^{-6}$
$i_{Fy}, i_{By}$	$42.808 \times 10^{-6}$
$i_{Fz}, i_{Bz}$	$447.0799 \times 10^{-6}$
$i_{Lx}$	$5195.7 \times 10^{-6}$
$i_{Ly}$	$6094.3 \times 10^{-6}$
$i_{Wx}$	$4.879 \times 10^{-6}$
$i_{Wy}$	$9.461 \times 10^{-6}$
$m_L$	0.656
$m_F, m_B$	0.242
$m_w$	0.025
$R_W$	0.025
$\Omega$	$400\pi$
$m_{all}$	1.165
$g$	9.80665
$l_{all}$	0.209849

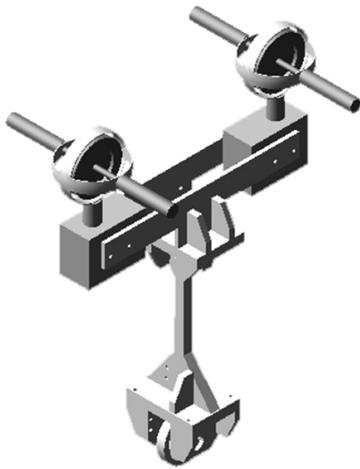


그림 7. 외바퀴 로봇의 동역학 3D 모델  
Fig. 7. Dynamics 3D model of the one-wheeled robot

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + Bu \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{9-1}$$

여기서 각 상태변수와 입력 벡터 및 각 행렬의 값은 다음과 같다:

$$x = [\phi_x \dot{\phi}_x \phi_y \dot{\phi}_y \alpha \dot{\alpha} \beta \dot{\beta}]^T, \quad u = [\tau_\alpha \tau_\beta]^T \tag{9-2}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 37.0104 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1.66087 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 158.657 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & -120.323 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & -1472.73 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{9-3}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -614.285 \\ 0 & 0 \\ 1118.37 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 7057.85 \end{bmatrix}, \quad C = I_8$$

실제 로봇은 위에서 제시한 동적 모델과는 다른 매개변수 오차를 가질 수 있다.

로봇의 균형을 제어하기 위해서는 초기 조건과 외란에 대한 안정화 제어를 수행해야 한다. 따라서 외란에 대하여 강인한 가변구조제어와 같은 방법을 이용하여 그 성능을 높일 수 있을 것으로 예상된다. 그러나 본 논문에서는 센서의 잡음에 대하여 강인한 특성을 가지며 선형 제어 모델에서 가장 일반적으로 이용되는 LQR 제어를 수행하였다. 주어진 선형 시스템에 대하여 식 (10)과 같이 성능 지표  $J$ 를 설정하였다. 여기서 가중값 행렬,  $Q$ 와  $R$ 은 각 상태 변수의 특성에 따라 다르게 설정할 수도 있으나,

반복된 시뮬레이션으로부터  $Q$ 와  $R$ 의 변화에 따른 제어 이득의 변화가 매우 적음을 확인하였으므로 간단히 단위행렬로 설정하여 시뮬레이션을 수행하였다. 이에 따라 LQR 상태 궤환 제어 이득  $K$ 를 식 (11)과 같이 얻을 수 있다.

$$J = \int_0^\infty (x^T Q x + u^T R u) dt \tag{10}$$

$$Q = I_8, \quad R = I_2$$

$$u = -Kx,$$

$$K = \begin{bmatrix} 52.2398 & 0 \\ 8.5375 & 0 \\ 0 & -150.3263 \\ 0 & -27.2101 \\ -1 & 0 \\ 1.0116 & 0 \\ 0 & -1 \\ 0 & -1.3628 \end{bmatrix}^T \tag{11}$$

그림 8은 선형 피드백 제어가 적용된 시스템의 고유값을 계산하여 구한 극점의 위치를 나타낸 것이다.

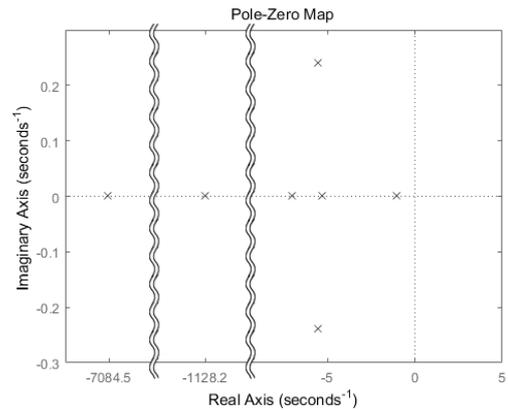


그림 8. 피드백 제어 시스템의 극점 위치  
Fig. 8. Pole-zero map of the feedback control system

## 5. 컴퓨터 시뮬레이션

3D 모델을 통한 비선형 동역학 시뮬레이션은 실제의 물리적 특성을 충분히 반영한다 [14]. 외바퀴 이동로봇의 3D 비선형 동역학 모델에 지름 1cm의 쇠공을 정면 및 측면에서 충돌시켜 외란을 주어졌을 때의 균형 안정화 제어 결과를 컴퓨터 시뮬레이션을 통해 확인하였다. 정면 및 측면 충격은 각각 피치방향, 롤 방향의 외란을 의미한다.

그림 9(a)는 외바퀴 로봇의 우측면에 쇠공을 부딪치는 시뮬레이션 상황을 나타내며, 이 때 외란 충격의 크기는 0.3137(kg·m/s)의

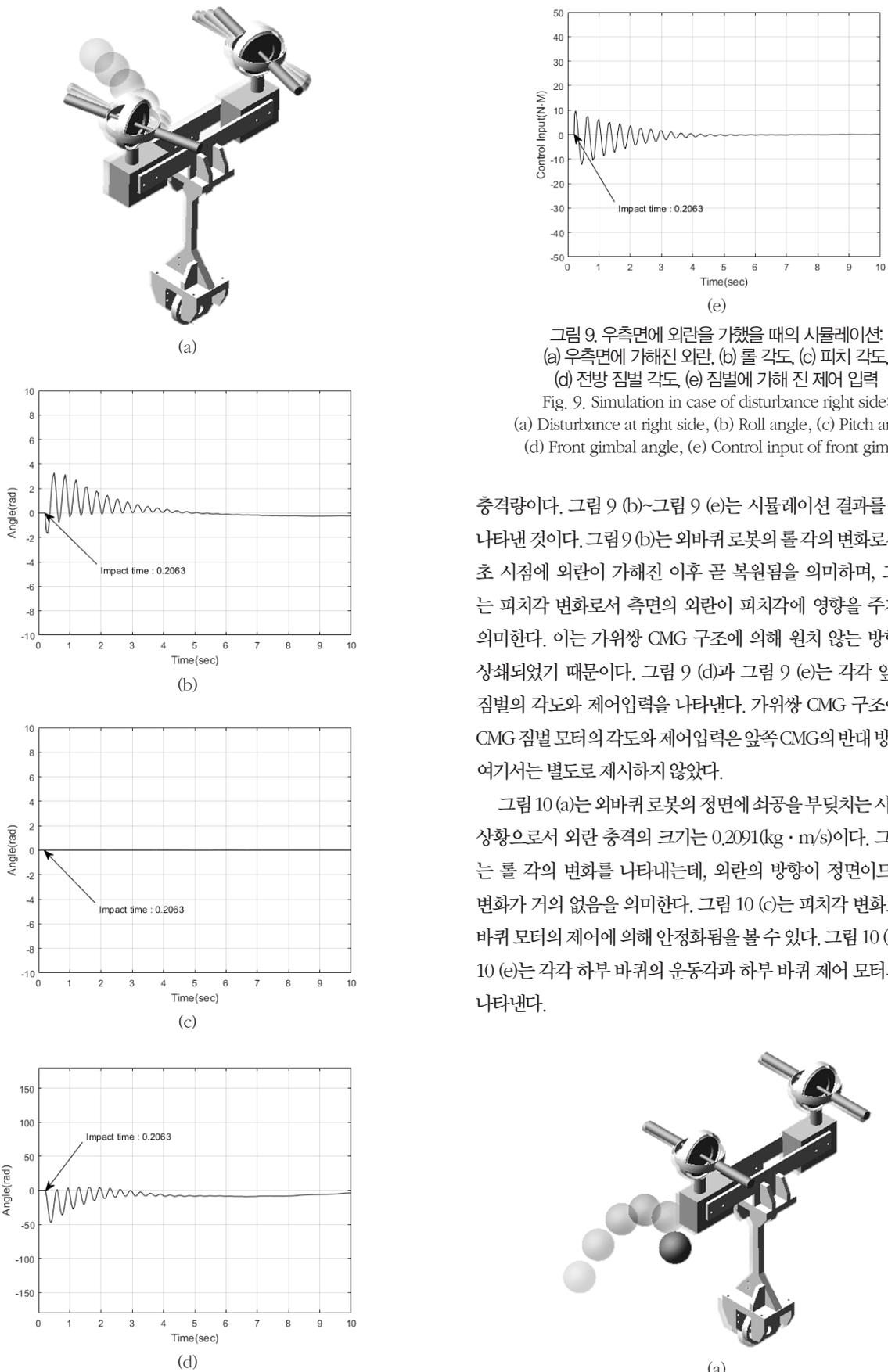
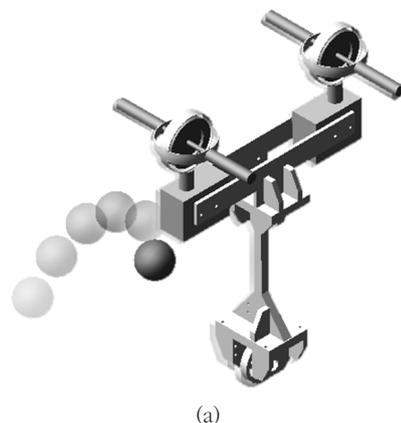
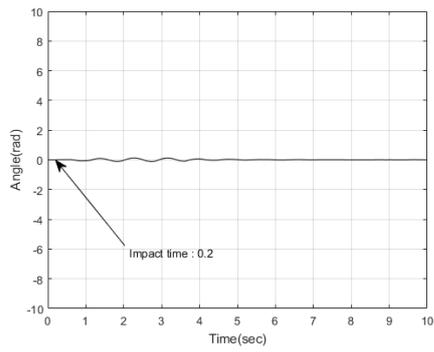


그림 9. 우측면에 외란을 가했을 때의 시뮬레이션:  
 (a) 우측면에 가해진 외란, (b) 롤 각도, (c) 피치 각도,  
 (d) 전방 짐벌 각도, (e) 짐벌에 가해진 제어 입력  
 Fig. 9. Simulation in case of disturbance right side:  
 (a) Disturbance at right side, (b) Roll angle, (c) Pitch angle,  
 (d) Front gimbal angle, (e) Control input of front gimbal

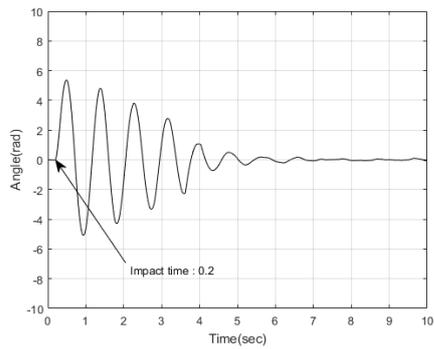
충격량이다. 그림 9 (b)~그림 9 (e)는 시뮬레이션 결과를 그래프로 나타낸 것이다. 그림 9 (b)는 외바퀴 로봇의 롤 각의 변화로서, 0.2065 초 시점에 외란이 가해진 이후 곧 복원됨을 의미하며, 그림 9 (c)는 피치각 변화로서 측면의 외란이 피치각에 영향을 주지 않음을 의미한다. 이는 가위쌍 CMG 구조에 의해 원치 않는 방향 토크가 상쇄되었기 때문이다. 그림 9 (d)과 그림 9 (e)는 각각 앞쪽 CMG 짐벌의 각도와 제어입력을 나타낸다. 가위쌍 CMG 구조에서 뒤쪽 CMG 짐벌 모터의 각도와 제어입력은 앞쪽 CMG의 반대 방향이므로 여기서는 별도로 제시하지 않았다.

그림 10 (a)는 외바퀴 로봇의 정면에 쇄공을 부딪치는 시뮬레이션 상황으로서 외란 충격의 크기는 0.2091(kg · m/s)이다. 그림 10 (b)는 롤 각의 변화를 나타내는데, 외란의 방향이 정면이므로 롤 각 변화가 거의 없음을 의미한다. 그림 10 (c)는 피치각 변화로서 하부 바퀴 모터의 제어에 의해 안정화됨을 볼 수 있다. 그림 10 (d)와 그림 10 (e)는 각각 하부 바퀴의 운동각과 하부 바퀴 제어 모터의 입력을 나타낸다.

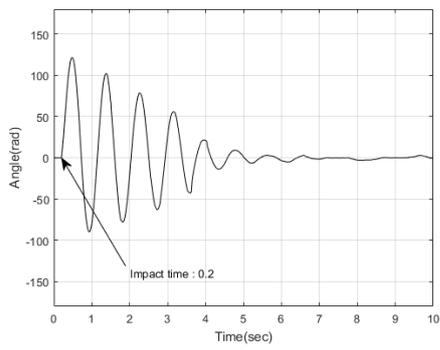




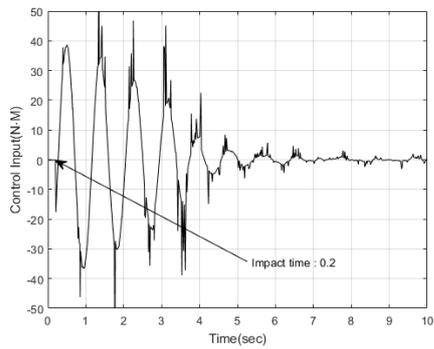
(b)



(c)



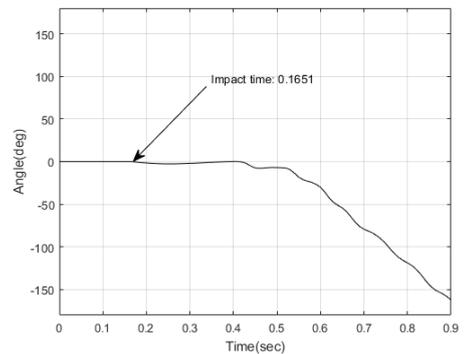
(d)



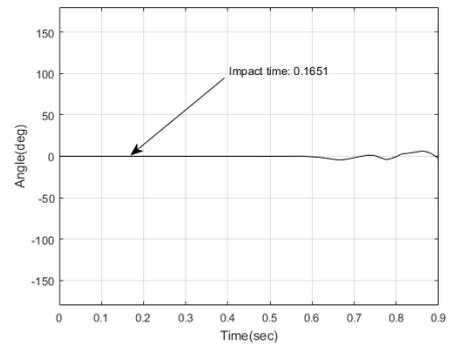
(e)

그림 10. 정면에 충격을 가했을 때의 시뮬레이션:  
(a) 정면에 가해진 외란, (b) 롤 각도, (c) 피치 각도, (d) 하부 바퀴 각도,  
(e) 하부 바퀴에 가해진 제어 입력

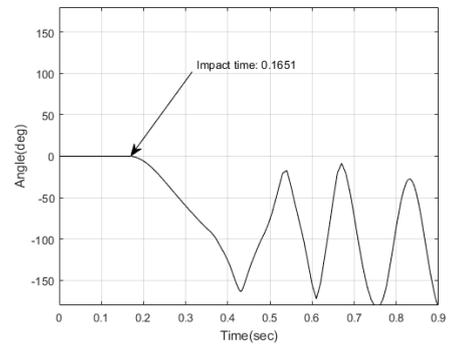
Fig. 10. Simulation in case of impact at front side:  
(a) Disturbance at front side, (b) Roll angle, (c) Pitch angle,  
(d) Bottom wheel angle, (e) Control input of bottom wheel



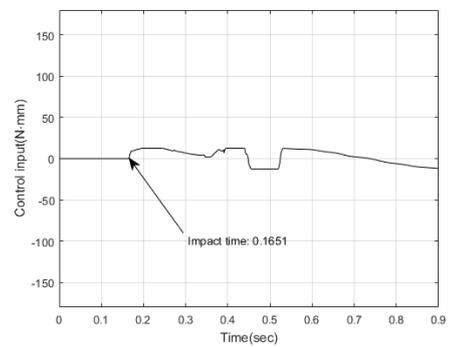
(a) Roll angle



(b) Pitch angle



(c) Front gimbal angle



(d) Control input of front gimbal

그림 11. 롤 균형 안정화에 실패하는 경우의 시뮬레이션:  
(a) 롤 각도, (b) 피치 각도, (c) 전방 짐벌 각도,  
(d) 짐벌에 가해진 제어 입력

Fig. 11. Simulation in case of roll control failure:  
(a) Roll angle, (b) Pitch angle, (c) Front gimbal angle,  
(d) Control input of front gimbal

그림 11 (a)부터 그림 11 (d)까지는 균형유지 안정화 가능한 충격량의 크기를 넘어선 0.3921(kg · m/s)의 충격량을 로봇의 우측면에 가했을 때의 시뮬레이션 결과이다. 0.1651초에 충격이 가해진 후 짐벌의 각도가 -150° (그림 11 (c))를 넘으면서 빠르게 전체 시스템이 발산하는 것을 확인할 수 있다.

표 3은 균형 자세 안정화 가능한 최대 각도 오차 및 최대 충격량을 시뮬레이션을 통해 얻은 결과이다. 표 3의 내용은 시뮬레이션을 통해 실험적으로 얻은 결과이므로 완전히 정확한 값이라 할 수 없다. 이론적인 방법으로 외란의 크기에 대한 시스템의 안정성 여부를 판단하는 것은 추가적인 연구를 필요로 할 것이나, 여기서는 다루지 않는다.

표 3. 최대 각도 오차 및 최대 충격량  
Table 3. Maximum angle error and maximum impact

Impact of right side	Maximum roll angle	10.5029(deg)
	Maximum impact	0.3696(kg · m/s)
Impact of front side	Maximum pitch angle	5.3777(deg)
	Maximum impact	0.2112(kg · m/s)

## 6. 결론 및 향후 연구

불안정한 평형점을 갖는 시스템의 자세 안정화 제어에 있어서 CMG를 이용할 경우, CMG의 원치 않는 방향의 토크를 없애기 위한 여러 CMG 배치 방법들이 고안되어 있다. 본 논문에서는 CMG 가위 쌍을 이용함으로써 CMG의 원치 않는 방향 토크를 상쇄시키고, 이를 이용하여 외바퀴 로봇의 균형을 안정화하는 제어 알고리즘을 제시하였다. 만일 CMG의 원치 않는 방향 토크가 상쇄되지 않을 경우 로봇의 롤 각도를 안정화하는 과정에서 로봇의 피치나 요 축으로 토크가 전달되어 피치나 요 각도 안정화에 실패할 가능성이 있다. 원치 않는 토크의 크기는 CMG의 토크 전달 능력과 비례하므로 CMG가 강력할수록 다른 회전축에 대한 제어 외란이 커짐을 의미한다.

제시한 알고리즘을 사용한 외바퀴 이동로봇의 비선형 동역학 모델을 구축하고, 시뮬레이션을 통해 CMG 가위 쌍에 있어서 원치 않는 방향 토크가 상쇄됨을 확인하였다. 또한 제시한 제어 알고리즘에 의해 CMG 가위쌍을 갖는 외바퀴 이동로봇의 안정성을 확인하였다. 제시된 시스템은 CMG 가위 쌍을 이용하기 때문에 단일한 DGCMG에 비하여 구동기의 부피가 커지는 문제가 있으나, 두 개의 SGCMG를 이용하는 만큼 더욱 강력한 복원력을 가진다. CMG 가위 쌍을 이용한 기존의 방법은 CMG 가위 쌍을 회전운동에 대한 스프링-댐퍼처럼 활용하여 단일한 회전축에 대하여 불안정한

각도 평형점을 갖는 시스템에 적용하였으나, 본 논문은 CMG 가위 쌍에 있어 원치 않는 방향 토크가 상쇄됨을 이용하여 보다 회전운동 자유도가 큰 외바퀴 로봇의 안정화 제어에 이용하는 방법을 제시하였다.

컴퓨터 시뮬레이션에서는 측면 충격이 정확한 측면 방향으로 가해지는 것을 가정하였으나, 현실 세계에서 측면 편중 충격이 가해질 때에는 요 축으로의 변화가 클 것을 예상할 수 있다. 따라서 향후 연구에서는 요 축의 변화에 대응할 수 있는 방법을 강구할 필요가 있다.

## References

- [1] S. Park, Y. Han, "Balance Control of a Biped Robot Using the ZMP State Prediction of the Kalman Estimator," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol.16, pp.601-607, 2006.
- [2] K. Lee, J. Park, Y. Ryoo, "Development of Child-Sized Humanoid Robot," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol.23, pp.24-28, 2013.
- [3] S. Cho, S. Jung, "Experimental Studies of a Time-delayed Controller for Balancing Control of a Two-wheel Mobile Robot," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol.26, pp.23-29, 2016.
- [4] H. Kim, S. Jung, "Experimental Studies of Controller Design for a Car-like Balancing Robot with a Variable Mass," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol.20, pp.469-475, 2010.
- [5] H. Bin, L. Zhen, and L. Feng, "The Kinematics Model of a Two-wheeled Self-balancing Autonomous Mobile Robot and Its Simulation," *Computer Engineering and Applications*, Proc. International Conference on Computer Engineering and Applications, 2010.
- [6] N. Townsend, R. Sheno, "Gyrostabilizer vehicular technology," *Applied Mechanics Reviews*, Vol.64, No.1, 2011.
- [7] M. Ha, S. Jung, "Balancing Control of a Single-wheel Mobile Robot by Compensation of a Fuzzified Balancing Angle," *Journal of Korean Institute of Intelligent Systems*, Vol.25, pp.1-6, 2015.
- [8] H. Brown, Y. Xu, "A single-wheel, gyroscopically stabilized robot," *Robotics and Automation*, IEEE International

Conference, 1997.

- [9] S. Han, J. Lee, "Balancing and Velocity Control of a Unicycle Robot Based on the Dynamic Model," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, Vol.62, No.1, pp. 405-413, 2015.
- [10] H. Kurokawa, "A Geometric Study of Single Gimbal Control Moment Gyros — Singularity Problems and Steering Law —," *Report of Mechanical Engineering Laboratory*, No.175, pp.75-108, 1998.
- [11] L. G. Brennan, "Means for imparting stability to unstable bodies," uS Patent 796893, 1904.
- [12] J. N. Aubrun, G. Margulies, "Gyrodampers for Large Space Structures," NASA, 159171, 1979.
- [13] S. Spry, A. Girard, "Gyroscopic Stabilization of Unstable Vehicles: Configurations, Dynamics, and Control," *Vehicle System Dynamics*, Vol.46, No.1, pp. 247-260, 2008.
- [14] *ADAMS 2015.1*. MSC Software Corporation.



**이수영(Soo-Yeong Yi)**

1988년 2월 : 연세대학교 전자공학과(공학사).

1990년 2월 : KAIST 전기및전자공학과  
(공학석사)

1994년 8월 : KAIST 전기및전자공학과  
(공학박사)

1995년 3월~1999년 8월 : KIST 시스템연구부 선임연구원

1997년 2월~1998년 2월 : Univ. of Southern California 박사후과정

1999년 9월~2007년 2월 : 전북대학교 전자정보공학부 부교수

2005년 6월~2006년 8월 : Univ. of Illinois at Urbana-Champaign  
방문교수

2007년 3월~현재 : 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수

관심분야 : Walking robot, Robot Vision, Mobile Robot

Phone : +82-2-970-6407

E-mail : suylee@seoultech.ac.kr

**저자소개**



**박상형(Sang-Hyung Park)**

2016년 2월 : 서울과학기술대학교

전기정보공학과 (공학사)

2016년 3월~현재 : 서울과학기술대학교

석사과정 재학중

관심분야 : Nonlinear System, Mobile Robot, Balancing Control

Phone : +82-10-9925-3009

E-mail : scrtrees@gmail.com