

미소운동 변환방법을 이용한 몇가지 이동로봇의 기구학 모델

Kinematic Modeling for a Type of Mobile Robot using Differential Motion Transformation

박재한, 김순철, 이수영*
(Jae-Han Park¹, Soon-Chul Kim¹, and Soo-Yeong Yi^{1,*})

¹Dept. of Electrical and Information Engineering, Seoul National University of Science and Technology

Abstract: Kinematic modeling is a prerequisite for motion planning and the control of mobile robots. In this paper, we proposed a new method of kinematic modeling for a type of mobile robot based on differential motion transformation. The differential motion implies a small translation and rotation in three-dimensional space in a small time interval. Thus, transformation of the differential motion gives the velocity relationship, i.e., Jacobian between two coordinate frames. Since the theory of the differential motion transformation is well-developed, it is useful for the systematic velocity kinematic modeling of mobile robots. In order to show the validity for application of the differential motion transformation, we obtained velocity kinematic models for a type of exemplar mobile robot including spherical ballbots.

Keywords: kinematics, coordinate transform, differential motion transformation, wheeled mobile robot, ballbot

I. 서론

로봇에 대한 운동경로 계획과 추종제어를 위해서는 기구학 모델이 필수적이다. 매니플레이터형 로봇의 경우에는 다양한 기구학 모델 방법이 개발되어 있지만, 바퀴형 이동로봇은 그 중요성에도 불구하고 체계적인 기구학 모델 방법이 부족한 편이다. 이는 현재 사용되는 대부분의 이동로봇이 단순 구조의 두 바퀴형(bi-wheel)이며, 이 경우에는 직관적으로 쉽게 기구학 모델을 구할 수 있기 때문이다[1]. 그러나 전방향성 로봇, 세 바퀴형(tricycle) 로봇등과 같이 단순 두 바퀴형태를 벗어난 다양한 형태의 이동로봇들의 경우에는 직관적인 방법으로 기구학 모델을 구하기는 어려우며, 체계적인 방법이 필요하다.

이에 따라서 P. Muir 등은 매니플레이터형 로봇의 경우와 같이 바퀴형 이동로봇에 대해서도 변환행렬을 이용하여 기구학 모델을 구하는 체계적인 방법을 제안하였다[2]. 이 방법의 특징은 로봇 각 관절에 좌표계를 설정하는데 있어서, Denavit-Hartenburg 규약 대신에 Sheth-Uicker 규약을 이용하고, 2 자유도 이상을 갖는 높은 짝(high pair) 관절에 대해서 순간일치좌표계(Instantaneous Coincident Coordinate System) 개념을 도입하여 좌표계간의 상대속도를 표현하였다는 데 있다[2]. 또한 [3]에서는 [2]에서 제시된 기구학 모델 방법을 확장하여, 모터에 의해 구동되는 능동관절 변수와 수동관절 변수를 구분하고, 이를 이용한 이동로봇 상태 측정 및 제어 알고리즘을 제안한 바 있다. D. Shin 등은 바퀴와 지면을 포함한 이동로봇 전체의 페루프 체인에 대해서 [2]의 방법을 확장할 수 있음을 보였고[1,4], 이 방법을 이족로봇과 이동 매니플레이터 로봇의 기

구학 모델을 얻는데 적용하였다[5].

한편 공(ball)과 같은 구형의 외관을 갖는 로봇을 일명 볼봇(ballbot)이라고 부른다[6,7]. 볼봇은 지면과 점 접촉을 이루므로 이동에 필요한 에너지가 적다는 실용적인 측면과 제어 이론의 시험대라는 교육적인 측면의 효과 때문에 근래 들어 다양한 구조로 개발되고 있다. 이러한 볼봇의 운동계획과 제어를 위해서도 물론 기구학 모델이 필요한데, 볼봇은 일반적인 바퀴형 이동로봇과는 달리 몸체 자체가 바퀴의 역할을 하며 지면과의 접촉점에서 어떤 방향으로든 이동과 회전이 가능하다는 점 때문에 대부분 직관적인 방법으로 기구학 모델을 구해왔다.

본 논문에서는 볼봇을 포함한 몇 가지 이동로봇에 적용할 수 있는 새로운 기구학 모델 방법을 제안한다. 본 방법은 두 좌표계 사이의 미소운동(differential motion) 변환 방법에 근거한 것이다[8]. 미소운동은 좌표계 각 축을 기준으로 미소시간 동안의 병진운동과 회전운동의 크기를 나타내는 것으로서, 곧 속도/각속도의 의미를 가진다. 따라서 미소운동 변환은 두 좌표계 사이의 자코비안을 나타내게 되며, 로봇 구동모터의 운동(속도)을 로봇 몸체에 설치된 이동 좌표계의 운동으로 변환하는 것이다. 혹은 역으로 로봇 명령 궤적을 추종하는데 필요한 구동모터의 속도로 변환할 수도 있다. 현재까지 볼봇과 같은 이동로봇의 기구학 모델에 미소운동 변환 방법을 적용한 예는 [7]를 제외하고는 아직 없었던 것으로 보인다. [7]에서는 전방향 플랫폼을 구의 내부에 포함하는 볼봇의 경우에 대해서 미소운동 변환방법을 이용하여 기구학 모델을 구하였지만, 이를 다른 형태의 구형 로봇에 대해서 일반화시키지는 않았다. 본 논문에서는 미소운동 변환방법에 의한 로봇 기구학 모델 방법의 일반성에 대해서 논의하고, 몇 가지 예에 본 방법을 적용할 것이다.

본 논문의 구성은 다음과 같다. 먼저 II 장에서 로봇공학에서 이미 잘 알려진 미소운동 변환 방법에 대해서 개괄적으로

* Corresponding Author

Manuscript received August 1, 2013 / revised September 9, 2013 / accepted October 1, 2013

박재한, 김순철, 이수영: 서울과학기술대학교 전기정보공학과
(soi-earth@nate.com/soonchuls@naver.com/suylee@seoultech.ac.kr)

소개한다. III 장에서는 제안하는 방법의 일반성을 논하기 위하여 전방향 바퀴를 갖는 이동로봇의 기구학을 구하는데 적용할 것이며, 그 외에 몇 가지 다른 종류의 볼봇에 대해서 본 기구학 모델 방법을 적용한다. 그리고 IV 장에서 결론을 맺을 것이다.

II. 좌표계 사이의 미소운동 변환

본 절에서는 이미 잘 알려진 좌표계 사이의 미소운동 변환을 간단히 소개한다[8]. 주어진 좌표계 A 에서 한 점의 회전운동 및 병진운동을 포함하는 미소운동은 다음과 같이 표현된다:

$$\Delta^A = \begin{bmatrix} 0 & -\delta_z^A & \delta_y^A & d_x^A \\ \delta_z^A & 0 & -\delta_x^A & d_y^A \\ -\delta_y^A & \delta_x^A & 0 & d_z^A \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (1)$$

여기서 미소운동 벡터 $\delta^A = [\delta_x^A \ \delta_y^A \ \delta_z^A]^T$ 와 $\mathbf{d}^A = [d_x^A \ d_y^A \ d_z^A]^T$ 는 $\delta t \rightarrow 0$ 일 때 좌표계 A 의 각 축을 기준으로 한 회전속도 및 병진속도를 의미하게 된다.

이제 그림 1과 같이 두 좌표계 B 와 C , 그리고 그들 사이의 좌표변환이 T_B^C 로 주어질 때, B 좌표계에서의 미소운동 Δ^B 를 C 좌표계의 미소운동으로 변환하면 다음과 같다:

$$\Delta^C = T_B^{C-1} \cdot \Delta^B \cdot T_B^C \quad (2)$$

두 좌표계 사이의 좌표변환 T_B^C 는 식 (3)과 같이 열벡터로 표현할 수 있다:

$$T_B^C = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{bmatrix} \mathbf{n} & \mathbf{o} & \mathbf{a} & \mathbf{p} \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

위에서 \mathbf{n} , \mathbf{o} , \mathbf{a} 는 각각 $\mathbf{n} = [n_x \ n_y \ n_z]^T$, $\mathbf{o} = [o_x \ o_y \ o_z]^T$, $\mathbf{a} = [a_x \ a_y \ a_z]^T$ 로 정의된다. 이제 식 (3)을 식 (2)의 우변에 대입하고 수식을 정리하면 다음의 행렬식을 얻을 수 있다:

$$\begin{bmatrix} 0 & -\delta_z^C & \delta_y^C & d_x^C \\ \delta_z^C & 0 & -\delta_x^C & d_y^C \\ -\delta_y^C & \delta_x^C & 0 & d_z^C \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$= \begin{bmatrix} 0 & -\delta^B \cdot \mathbf{a} & \delta^B \cdot \mathbf{o} & \mathbf{n} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \\ \delta^B \cdot \mathbf{a} & 0 & -\delta^B \cdot \mathbf{n} & \mathbf{o} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \\ -\delta^B \cdot \mathbf{o} & \delta^B \cdot \mathbf{n} & 0 & \mathbf{a} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

식 (4)에서 “ \cdot ” 과 “ \times ”는 각각 벡터의 내적(inner product)과 외적(outer product)을 의미한다. 이제 위 식 (4)의 좌우변에서

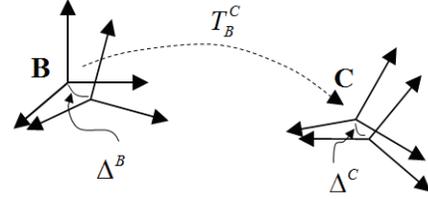


그림 1. 좌표계 사이의 미소운동 변환.

Fig. 1. Differential motion transformation between coordinate frames.

대응되는 항끼리 정리하면 식 (5)와 같이 좌표계 사이의 미소운동 변환을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \delta_x^C &= \delta^B \cdot \mathbf{n} \\ \delta_y^C &= \delta^B \cdot \mathbf{o} \\ \delta_z^C &= \delta^B \cdot \mathbf{a} \\ d_x^C &= \mathbf{n} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \\ d_y^C &= \mathbf{o} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \\ d_z^C &= \mathbf{a} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) \end{aligned} \quad (5)$$

III. 미소운동 변환을 이용한 이동로봇의 기구학

본 절에서는 앞서 설명한 미소운동 변환방법을 몇 가지 이동로봇 기구학 모델을 구하는데 적용함으로써 그 유용성을 보이고자 한다. 먼저 기구학 모델이 잘 알려져 있는 전방향 이동로봇에 적용한다.

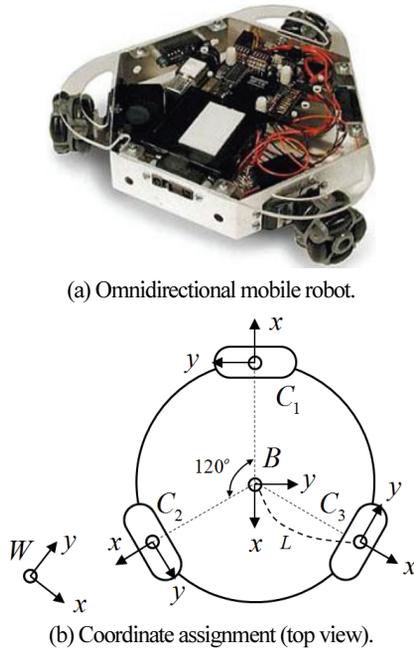
1. 전방향 이동로봇

세 개의 전방향 바퀴를 갖는 이동로봇의 구조와 설정 좌표계를 그림 2에 보인다[9]. 그림에서 W 는 이동공간의 지면에 설치된 전역 좌표계를 의미하며, B 는 이동로봇의 관성 좌표계를 나타낸다. 문제를 단순하게 하기 위하여 이동로봇 중심 점을 지면에 사영한 점에 B 좌표계가 설치된다고 가정한다. 즉 B 좌표계 원점의 z 축 방향 높이는 0이다. 그림에서 이동로봇의 중심과 각 바퀴 중심 사이의 거리는 L 이다. 또한 이동로봇은 평면상에서 운동한다고 가정한다. 따라서 이동로봇의 운동은 x - y 평면상에서의 병진운동 속도와 z 축 기준의 회전운동 각속도, 즉 (v_{xy}, ω_z) 로 기술된다.

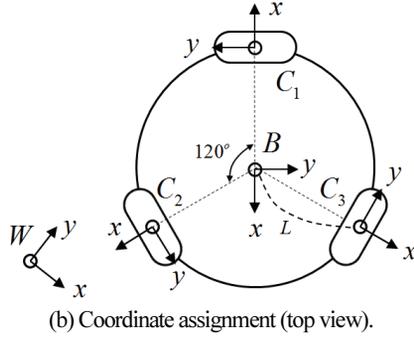
그림 2에서 C_i , $i=1,2,3$ 는 각 바퀴의 지면 접촉점에 설치된 구동 좌표계를 나타내며, 좌표변환 $T_B^{C_i}$, $i=1,2,3$ 은 다음과 같다:

$$T_B^{C_1} = Rot(z, \pi) \cdot Tr(x, L) = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 & -L \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-1)$$

$$T_B^{C_2} = Rot\left(z, -\frac{\pi}{3}\right) \cdot Tr(x, L) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2}L \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 & -\frac{\sqrt{3}}{2}L \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-2)$$



(a) Omnidirectional mobile robot.



(b) Coordinate assignment (top view).

그림 2. 세 개의 전방향 바퀴를 갖는 이동로봇과 좌표계 설정.

Fig. 2. Mobile robot with 3 omnidirectional wheels and its coordinate assignment.

$$T_B^{C_3} = Rot\left(z, \frac{\pi}{3}\right) \cdot Tr(x, L) = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2} & 0 & \frac{1}{2}L \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & 0 & \frac{\sqrt{3}}{2}L \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (6-3)$$

여기서 $Rot(\cdot, \cdot)$ 과 $Tr(\cdot, \cdot)$ 은 각각 좌표축에 대한 회전과 병진 변환행렬을 나타낸다. 이제 식 (6-1)의 $T_B^{C_1}$ 를 식 (3)과 같이 열벡터로 놓고, 식 (5)에 따라 B 좌표계에서의 미소운동을 C_1 좌표계의 미소운동으로 변환하면 다음과 같다:

$$\delta_x^{C_1} = \delta^B \cdot \mathbf{n} = -\delta_x^B \quad (7-1)$$

$$\delta_y^{C_1} = \delta^B \cdot \mathbf{o} = -\delta_y^B \quad (7-2)$$

$$\delta_z^{C_1} = \delta^B \cdot \mathbf{a} = \delta_z^B \quad (7-3)$$

$$d_x^{C_1} = \mathbf{n} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) = -d_x^B \quad (7-4)$$

$$d_y^{C_1} = \mathbf{o} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) = -d_y^B + L\delta_z^B \quad (7-5)$$

$$d_z^{C_1} = \mathbf{a} \cdot (\delta^B \times \mathbf{p} + \mathbf{d}^B) = d_z^B + L\delta_y^B \quad (7-6)$$

그런데 C_1 좌표계에서 바퀴구동모터에 의해 생성할 수 있는 능동운동은 y 방향의 속도 성분, 즉 $d_y^{C_1}$ 이다. 그러므로 식 (7-5)에서 구동 기구학식을 다음과 같이 구할 수 있다:

$$\begin{aligned} d_y^{C_1} &= -d_y^B + L\delta_z^B \\ \equiv v_y^{C_1} &= -v_y^B + L\omega_z^B, \quad \delta t \rightarrow 0 \end{aligned} \quad (8)$$

위와 같은 방법으로 좌표변환 (6-2)와 (6-3)을 이용하여 C_2

좌표계와 C_3 좌표계에서 바퀴구동모터에 의한 능동운동 $d_y^{C_2}$ 와 $d_y^{C_3}$ 를 구하면 다음과 같다:

$$d_y^{C_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}d_x^B + \frac{1}{2}d_y^B + L\delta_z^B \quad (9)$$

$$\equiv v_y^{C_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_x^B + \frac{1}{2}v_y^B + L\omega_z^B, \quad \delta t \rightarrow 0$$

$$d_y^{C_3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}d_x^B + \frac{1}{2}d_y^B + L\delta_z^B \quad (10)$$

$$\equiv v_y^{C_3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}v_x^B + \frac{1}{2}v_y^B + L\omega_z^B, \quad \delta t \rightarrow 0$$

이제 식 (9)-(10)을 행렬형태로 정리하면 다음과 같다:

$$\begin{bmatrix} v_y^{C_1} \\ v_y^{C_2} \\ v_y^{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & L \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & L \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x^B \\ v_y^B \\ \omega_z^B \end{bmatrix} \quad (11)$$

식 (11)은 각 바퀴의 구동속도와 로봇 몸체 속도 사이의 관계를 나타내는 기구학 식으로 구동모터에 대한 속도명령이 된다.

이동 좌표계 B 기준의 로봇 운동을 전역좌표계 W 기준의 로봇 운동으로 변환하기 위해서는 다음과 같이 하면 된다 [2]:

$$\begin{bmatrix} v_x^W \\ v_y^W \\ \omega_z^W \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta & -\sin\theta & 0 \\ \sin\theta & \cos\theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x^B \\ v_y^B \\ \omega_z^B \end{bmatrix} = V \cdot \begin{bmatrix} v_x^B \\ v_y^B \\ \omega_z^B \end{bmatrix} \quad (12)$$

여기서 행렬 V 를 전역 운동 행렬(Motion matrix)라고 부른다 [2].

2. 전방향 이동 플랫폼을 이용한 볼봇

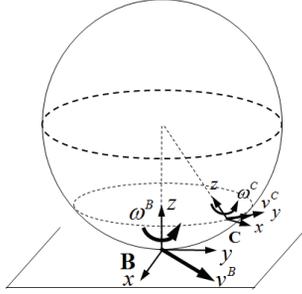
구형의 외관을 갖는 볼봇은 구동부의 구조에 따라 몇 가지 종류가 있는데, 여기에서는 [7]에서 개발된 바와 같이 구의 내부에 전방향 이동 플랫폼을 갖는 볼봇의 이동 기구학에 대해 기술한다. 본 절의 내용은 본 논문의 주제에 맞춰 [7]에서 발췌한 것이다.

먼저 볼봇은 항상 준정적(quasi-static), 즉 등속도로 운동한다고 가정한다. 준정적 운동 가정하에 구 내부의 전방향 이동 플랫폼은 항상 수평을 유지하고, 이동플랫폼의 바퀴는 같은 위도상에 놓인다고 할 수 있다. 물론 실제의 경우는 가속 운동이나 회전운동에 의한 가속도 때문에 구 내부의 이동 플랫폼이 수평을 유지하지 못하는 경우가 있지만, 정상상태에서는 준정적 운동이라는 가정이 타당하다. 그림 3과 같이 볼봇의 운동은 지면과의 접촉점에서 $(v_{y,y}^B, \omega_z^B)$ 로 기술된다. 그림에서 $C_i, i=1,2,3$ 는 전방향 이동 플랫폼의 각 바퀴와 구의 내면과의 접촉점에 설치된 좌표계다.

이제 그림 4와 같이 좌표계를 설정하였을 때, 이동 좌표계, B 와 각 바퀴 좌표계, C_i 사이의 좌표변환은 다음과 같이 기술할 수 있다.



(a) Ballbot with omnidirectional mobile platform.



(b) Coordinate assignment.

그림 3. 전방향 이동 플랫폼을 갖는 볼봇과 좌표계 설정.

Fig. 3. Ballbot with omnidirectional mobile platform and its coordinate assignment.

$$T_B^{C_1} = Tr(z, L) \cdot Rot(z, \pi) \cdot Rot(y, -\phi) \cdot Tr(z, -L) \\ = \begin{bmatrix} -c\phi & 0 & s\phi & -Ls\phi \\ 0 & -1 & 0 & 0 \\ s\phi & 0 & c\phi & L(1-c\phi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13-1)$$

$$T_B^{C_2} = Tr(z, L) \cdot Rot(z, -\frac{\pi}{3}) \cdot Rot(y, -\phi) \cdot Tr(z, -L) \\ = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c\phi & \frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}s\phi & \frac{1}{2}Ls\phi \\ -\frac{\sqrt{3}}{2}c\phi & \frac{1}{2} & \frac{\sqrt{3}}{2}s\phi & -\frac{\sqrt{3}}{2}Ls\phi \\ s\phi & 0 & c\phi & L(1-c\phi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13-2)$$

$$T_B^{C_3} = Tr(z, L) \cdot Rot(z, \frac{\pi}{3}) \cdot Rot(y, -\phi) \cdot Tr(z, -L) \\ = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}c\phi & -\frac{\sqrt{3}}{2} & -\frac{1}{2}s\phi & \frac{1}{2}Ls\phi \\ \frac{\sqrt{3}}{2}c\phi & \frac{1}{2} & -\frac{\sqrt{3}}{2}s\phi & \frac{\sqrt{3}}{2}Ls\phi \\ s\phi & 0 & c\phi & L(1-c\phi) \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (13-3)$$

여기서 $s\phi$ 와 $c\phi$ 는 각각 $\sin\phi$ 와 $\cos\phi$ 를 의미한다. 앞의 3.1절에서와 같은 방법으로 $T_B^{C_1}$ 을 열벡터로 놓고, 식 (5)에 따라 B 좌표계에서의 미소운동을 C_1 좌표계의 미소운동으로 변환하면 다음과 같다:

$$\delta_x^{C_1} = -c\phi\delta_x^B + s\phi\delta_z^B \quad (14-1)$$

$$\delta_y^{C_1} = -\delta_y^B \quad (14-2)$$

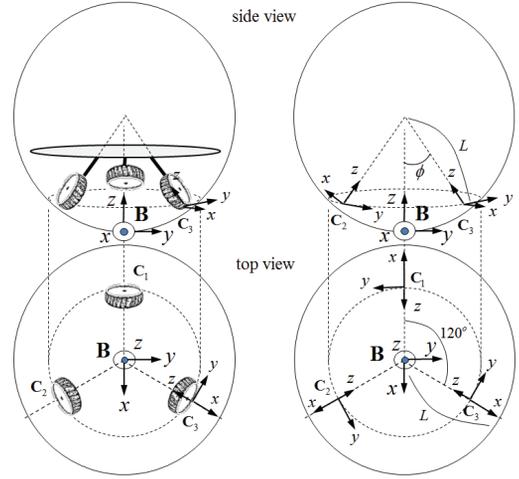


그림 4. 볼봇 좌표계 설정.

Fig. 4. Coordinate assignment for ballbot.

$$\delta_z^{C_1} = s\phi\delta_x^B + c\phi\delta_z^B \quad (14-3)$$

$$d_x^{C_1} = -c\phi d_x^B + s\phi d_z^B + L(1-c\phi)\delta_y^B \quad (14-4)$$

$$d_y^{C_1} = -d_y^B + L(1-c\phi)\delta_x^B + Ls\phi\delta_z^B \quad (14-5)$$

$$d_z^{C_1} = s\phi d_x^B + c\phi d_z^B + Ls\phi\delta_y^B \quad (14-6)$$

좌표계 C_1 에서 모터에 의해 구동되는 능동변수는 $v_y^{C_1}$ 이므로 다음과 같이 구동기구학을 얻을 수 있다:

$$d_y^{C_1} = -d_y^B + L(1-c\phi)\delta_x^B + Ls\phi\delta_z^B \quad (15)$$

마찬가지 방법으로 좌표변환 식 (13-2)와 (13-3)을 이용하여 C_2 와 C_3 좌표계에서의 능동변수에 대해 구동기구학을 구하면 다음과 같다:

$$d_y^{C_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}d_x^B + \frac{1}{2}d_y^B \\ - \frac{1}{2}L(1-c\phi)\delta_x^B + \frac{\sqrt{3}}{2}L(1-c\phi)\delta_y^B + Ls\phi\delta_z^B \quad (16)$$

$$d_y^{C_3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}d_x^B + \frac{1}{2}d_y^B \\ - \frac{1}{2}L(1-c\phi)\delta_x^B - \frac{\sqrt{3}}{2}L(1-c\phi)\delta_y^B + Ls\phi\delta_z^B \quad (17)$$

그런데 지면과의 접촉점에서 볼봇의 운동은 (v_{xy}^B, ω_z^B) 로 기술되므로 각 축에 대한 병진운동과 회전운동 성분은 다음과 같다:

$$\delta_x^B = 0, \quad \delta_y^B = 0, \quad \delta_z^B \neq 0,$$

$$d_x^B \neq 0, \quad d_y^B \neq 0, \quad d_z^B = 0$$

그러므로 이를 식 (15)-(17)에 대입하고, $\delta t \rightarrow 0$ 에서 식을 정리하면 다음을 얻을 수 있다:

$$v_y^{C_1} = -v_y^B + Ls\phi\omega_z^B \quad (18-1)$$

$$v_y^{C_2} = \frac{\sqrt{3}}{2}v_x^B + \frac{1}{2}v_y^B + Ls\phi\omega_z^B \quad (18-2)$$

$$v_y^{C_3} = -\frac{\sqrt{3}}{2}v_x^B + \frac{1}{2}v_y^B + Ls\phi\omega_z^B \quad (18-3)$$

식 (18-1)~(18-3)를 정리하면 다음과 같이 볼봇의 속도 기구학 행렬식을 구할 수 있다:

$$\begin{bmatrix} v_y^{C_1} \\ v_y^{C_2} \\ v_y^{C_3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & Ls\phi \\ \frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & Ls\phi \\ -\frac{\sqrt{3}}{2} & \frac{1}{2} & Ls\phi \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v_x^B \\ v_y^B \\ \omega_z^B \end{bmatrix} \quad (19)$$

이 경우에는 3.1절의 전방향 로봇과는 달리 이동 플랫폼의 바퀴가 지면과 직접 접촉하는 것이 아니고 구의 내면과 접촉하므로 구동모터에 대한 속도 명령은 $v_{y-d}^{C_i} = -v_y^{C_i}$, $i = 1, 2, 3$ 가 되어야 한다.

3. 균형추에 의해 조향되는 볼봇

그림 5는 내부에 설치된 균형추를 통해 조향각을 제어하는 볼봇이다[10]. [10]에서는 볼봇의 동역학식과 제어방법을 제안하였으나, 이동경로 계획에 필요한 기구학 해석은 다루지 않았다. 3.2절에서 소개한 볼봇은 구동 축이 항상 같은 위도상에 놓이는데 비해서, 균형추를 갖는 볼봇은 그림 6에 설명한 바와 같이 구동축이 균형각에 따라 다른 위도상에 놓일 수 있다.

그림 6과 같은 좌표계 설정에 대해 볼봇의 운동은 지면과의 접촉점에서 (v_{xy}^B, ω_z^B) 로 기술할 수 있다. 균형추에 의해 볼봇의 몸체가 ϕ 각 만큼 기울어진 상태에서 T_B^C 는 다음과 같이 구할 수 있다:

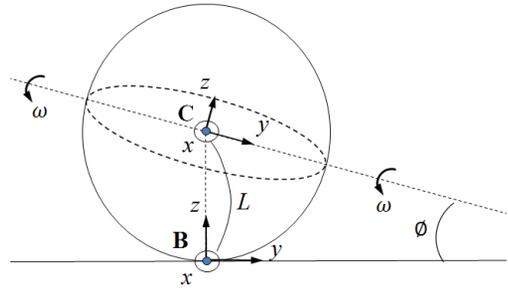


그림 6. 좌표계 설정.
Fig. 6. Coordinate assignment.

$$T_B^C = Tr(z, L) \cdot Rot(x, -\phi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi & 0 \\ 0 & -s\phi & c\phi & L \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (20)$$

이제 T_B^C 를 식 (3)과 같이 열벡터로 놓고, 식 (5)로부터 좌표계 C 기준의 미소운동을 구하면 다음과 같다:

$$\delta_x^C = \delta_x^B \quad (21-1)$$

$$\delta_y^C = c\phi\delta_y^B - s\phi\delta_z^B \quad (21-2)$$

$$\delta_z^C = s\phi\delta_y^B + c\phi\delta_z^B \quad (21-3)$$

$$d_x^C = d_x^B + L\delta_y^B \quad (21-4)$$

$$d_y^C = c\phi d_y^B - Lc\phi\delta_x^B \quad (21-5)$$

$$d_z^C = s\phi d_y^B - Ls\phi\delta_x^B \quad (21-6)$$

그런데 C 좌표계에서 구동모터에 의해 생성할 수 있는 능동 미소운동은 y 축 기준의 회전성분 δ_y^C 뿐이고, 또한 x 축 방향으로의 병진운동 성분은 $d_x^C = 0$ 이다. 그러므로 식 (21-4)에서 $\delta_y^B = -\frac{1}{L}d_x^B$ 을 얻을 수 있고, 이를 식 (21-2)에 대입하면 다음을 얻을 수 있다:

$$\delta_y^C = -\frac{1}{L}c\phi d_x^B - s\phi\delta_z^B$$

따라서 $\delta t \rightarrow 0$ 에서의 속도 기구학식은 다음과 같다:

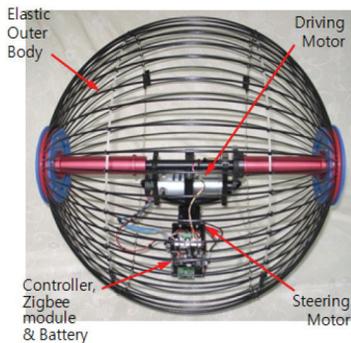
$$\omega_y^C = -\frac{1}{L}c\phi v_x^B - s\phi\omega_z^B \quad (22)$$

이 경우에 모터 회전이 지면과의 접촉점에서 구 자체에 설치된 좌표계에 발생하는 것이므로, 모터에 대한 속도명령은 $\omega_{y-d}^C = -\omega_y^C$ 가 되어야 한다.

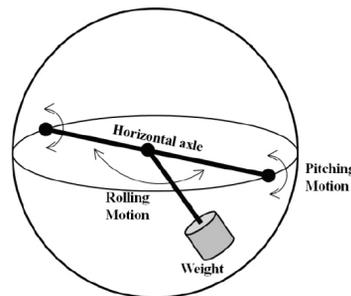
4. 외바퀴 로봇(Unicycle)

그림 7은 럭비 공과 같은 모양의 외바퀴를 가지며, 상부 물체를 이용하여 좌우로 무게 중심을 이동함으로써 조향각을 제어하는 이동로봇이다. [11]에서는 이와 같은 새로운 구조의 외바퀴 이동 로봇을 제안하고 동역학 해석과 함께 전후 균형 유지를 위한 제어방법을 제안하였으나, 이동경로 계획에 필요한 기구학 해석은 다루지 않았다.

그림 8과 같이 좌표계를 설정했다고 하자. 럭비공 형태 바



(a) Pendulum-driven ballbot.

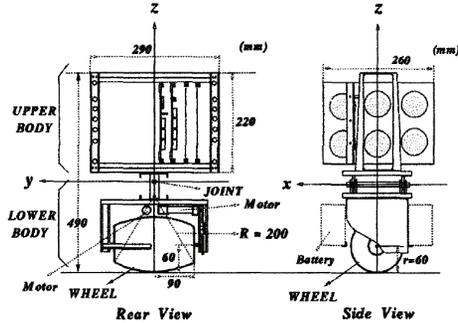


(b) Driving mechanism.

그림 5. 균형추를 갖는 볼봇의 구동 방식[10].
Fig. 5. Driving mechanism of pendulum-driven ballbot [10].



(a) Unicycle robot.



(b) Structure.

그림 7. 외바퀴 로봇과 그 구조 [11].

Fig. 7. Unicycle robot appearance and its structure [11].

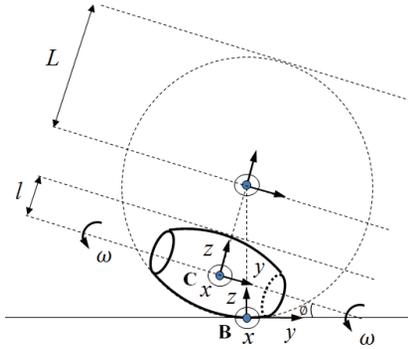


그림 8. 좌표계 설정.

Fig. 8. Coordinate assignment.

퀴 자체의 장반지름은 l 이고, 바퀴 외곡면을 구성하는 구의 반지름은 L 이다. 구동 모터에 의해 바퀴는 ω 의 각속도로 회전한다. 외바퀴 로봇의 운동은 지면과의 접촉점에서 (v_y^B, ω_z^B) 로 기술된다. 몸체 무게중심 이동에 의해 바퀴가 ϕ 각 만큼 기울어진 상태에서 T_B^C 는 다음과 같다:

$$T_B^C = Tr(z, L) \cdot Rot(x, -\phi) \cdot Tr(z, -(L-l))$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c\phi & s\phi & -(L-l)s\phi \\ 0 & -s\phi & c\phi & L(1-c\phi) + lc\phi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

앞에서와 같은 방법으로 로봇의 운동에 필요한 C 좌표계 (구동 모터)에서의 미소운동을 구하면 다음과 같다:

$$\delta_x^C = \delta_x^B \quad (24-1)$$

$$\delta_y^C = c\phi \delta_y^B - s\phi \delta_z^B \quad (24-2)$$

$$\delta_z^C = s\phi \delta_y^B + c\phi \delta_z^B \quad (24-3)$$

$$d_x^C = d_x^B + \{L(1-c\phi) + lc\phi\} \delta_y^B + (L-l)s\phi \delta_z^B \quad (24-4)$$

$$d_y^C = c\phi d_y^B - s\phi d_z^B + \{L(1-c\phi) - l\} \delta_x^B \quad (24-5)$$

$$d_z^C = s\phi d_y^B + c\phi d_z^B - Ls\phi \delta_x^B \quad (24-6)$$

그런데 좌표계 C 에서 구동모터에 의해 생성할 수 있는 미소운동은 회전운동 성분 δ_y^C 뿐이고, 또한 x 축 방향 병진운동 속도는 $d_x^C = 0$ 이다. 그러므로 식 (24-2)와 식 (24-4)로부터 다음의 결과를 얻을 수 있다:

$$\delta_y^C = -\frac{c\phi}{L(1-c\phi) + lc\phi} d_x^B - \frac{Ls\phi}{L(1-c\phi) + lc\phi} \delta_z^B$$

따라서 $\delta t \rightarrow 0$ 에서의 속도 기구학식은 다음과 같다:

$$\omega_y^C = -\frac{c\phi}{L(1-c\phi) + lc\phi} v_x^B - \frac{Ls\phi}{L(1-c\phi) + lc\phi} \omega_z^B \quad (25)$$

앞에서와 마찬가지로 이 경우에도 모터에 대한 명령은 $\omega_{y-d}^C = -\omega_y^C$ 가 되어야 한다.

IV. 결론

주어진 로봇에 대한 운동경로 계획과 추종제어를 위해서는 기구학 모델이 필수적이다. 매니플레이터형 로봇의 경우와는 대조적으로 아직까지 대부분의 이동로봇에 대해서는 기하 구조에 근거한 직관적인 방법으로 기구학 모델을 구하는 것이 보통이다. 이러한 방법은 이해하기 어렵고, 다양한 구조의 이동로봇에 대해 통일적으로 적용하기가 어렵다.

본 논문에서는 미소운동 변환방법을 이용한 이동로봇의 체계적인 속도 기구학 모델 방법을 제시하였고, 구형의 로봇을 포함한 몇 가지 형태의 이동로봇에 적용할 수 있음을 보였다. 또한 현재 많이 개발되고 있는 일반적인 전방향성 이동로봇의 기구학 모델을 구하는데 적용함으로써 본 방법의 일반화 가능성을 보였다. 본 논문에서는 로봇의 몸체-바퀴 체인 내에 구동축(모터)이 하나만 존재하는 경우에 대해서 다루었으나, 구동모터 외에 별도의 조향축을 갖는 경우에 대해서도 미소운동 변환방법을 확장 적용할 수 있다.

REFERENCES

- [1] D. Shin and K. Park, "Generalized kinematics modeling of wheeled mobile robots," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, vol. 19, no. 5, pp. 118-125, 2002.
- [2] P. Muir and C. Neuman, "Kinematic modeling of wheeled mobile robots," *Technical Report No. CMU-RI-TR-80-12*, The Robotics Institute, Carnegie Mellon University, Pittsburgh, PA, 15213, 1986.
- [3] P. Muir and C. Neuman, "Kinematic modeling for feedback control of an omnidirectional wheeled mobile robot," *Proc. Of IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, pp. 1772-1778, 1987.
- [4] D. Shin and K. Park, "Velocity kinematic modeling for wheeled mobile robot," *Proc. of the 2001 IEEE Int'l Conf. on Robotics*

and Automation, Seoul, Korea, pp. 3516-3522, 2001.

- [5] D. Shin, "Robot velocity kinematics by closed-loop chain and ICC," *Journal of the Korean Society of Precision Engineering*, vol. 20, no. 4, pp. 103-111, 2003.
- [6] T. Lauwers, G. Kantor, and R. Hollis, "A dynamically stable single-wheeled mobile robot with inverse mouse-ball drive," *Proc. IEEE Int'l Conf. on Robotics and Automation*, Orland, FL, 2006.
- [7] J. Park, S. Kim, and S. Yi, "Development of stable ballbot with omnidirectional mobility," *Journal of Institute of Control, Robotics and Systems (in Korean)*, vol. 19, no. 1, pp. 40-44, 2013.
- [8] P. McKerrow, *Introduction to Robotics*, Addison-Wesley, 1990.
- [9] Y. Leow, K. Low, and W. Loh, "Kinematic modelling and analysis of mobile robots with omni-directional wheels," *Proc. of International Conference on Control, Automation, Robotics and Vision (ICARCV'02)*, Singapore, pp. 820-825, 2002.
- [10] J. Kim, H. Kwon and J. Lee, "A rolling robot: design and implementation," *Proc. of the 7th Asian Control Conference*, Hong Kong, China, pp. 1474-1479, 2009.
- [11] R. Nakajima, T. Tsubouchi, S. Yuta, and E. Koyanagi, "A development of a new mechanism of an autonomous unicycle," *Proc. of the 1997 IEEE/RSJ Int'l Conf. on Intelligent Robots and Systems*, pp. 906-912, 1997.



박재한

2007년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 재학중. 관심분야는 로봇비전, 이동로봇.



김순철

2007년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 재학중. 관심분야는 로봇비전, 이동로봇.



이수영

1988년 2월 연세대학교 전자공학과 졸업(공학사). 1990년 2월 KAIST 전기 및 전자공학과 졸업(공학석사). 1994년 8월 KAIST 전기 및 전자공학과 졸업(공학박사). 1995년 3월~1999년 8월 KIST 시스템연구부 선임연구원. 1997년 2월~1998년 2월 Univ. of Southern California 박사 후 과정. 1999년 9월~2007년 2월 전북대학교 전자정보공학부 부교수. 2005년 6월~2006년 8월 Univ. of Illinois at Urbana-Champaign 방문교수. 2007년 3월~현재 서울과학기술대학교 전기정보공학과 교수. 관심분야는 보행로봇, 로봇비전, 이동로봇.